



Daniel Filipe de Oliveira Cravo Sales

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

**Projeto de reservatórios pressurizados
fabricados com fibras de carbono
através da técnica de enrolamento
filamentar**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientador: Rui Fernando dos Santos Pereira Martins, Professor
Auxiliar, FCT-UNL/DEMI

Júri:

Presidente: Prof. Doutor António José Freire Mourão

Arguente: Prof. Doutor João Mário Burguete Botelho Cardoso

Vogal: Prof. Doutor Rui Fernando dos Santos Pereira Martins



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Março, 2017

Projeto de reservatórios pressurizados fabricados com fibras de carbono através da técnica de enrolamento filamentar

Copyright © Daniel Filipe de Oliveira Cravo Sales, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologias e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao meu professor orientador Rui Fernando dos Santos Pereira Martins por toda a disponibilidade e dedicação mostradas ao longo da realização desta dissertação. Agradeço também a confiança demonstrada no meu trabalho, bem como os conhecimentos transmitidos e motivação dada ao longo da realização desta dissertação.

A todos os professores da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa que contribuíram para o meu desempenho curricular e ao Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial por disponibilizar as instalações e equipamentos que me permitiram a realização desta etapa da minha vida.

Agradeço aos meus pais por toda confiança, motivação e paciência demonstrados ao longo do curso. Sem dúvida que o apoio deles foi muito importante neste percurso e agradeço o investimento feito em mim, que me permitiu obter este grau académico. Agradeço ainda a todos os meus outros familiares que me apoiaram, em especial à minha irmã Carolina Sales por ter tocado piano, permitindo-me desse modo descontraír nos momentos de maior tensão neste percurso.

Aos meus colegas de curso, com quem tive oportunidade de privar mais de perto ao longo destes anos, quero agradecer a companhia nas longas horas de estudo e preparação para testes ou exames e na realização dos trabalhos. Sendo o percurso académico um período de companheirismo, para além de uma etapa de formação pessoal e desenvolvimento académico, ficam ainda para a posterioridade as memórias de todas as festas e almoçadas realizadas bem como os “copos” durante as horas livres.

Por último, quero agradecer a todos os meus amigos que me acompanharam, motivaram ou que de algum modo contribuíram para o meu percurso académico, em especial aos meus amigos de Lourel, um muito obrigado pela amizade demonstrada ao longo destes anos.

Resumo

O projeto de reservatórios sob pressão engloba não só o seu dimensionamento para resistir às cargas de serviço, mas também a seleção de materiais e dos métodos adequados para a sua produção. Quando se utiliza um material compósito como matéria-prima, acresce ainda a decisão quanto à construção do próprio compósito, quer na escolha dos seus constituintes como na forma de estes se combinarem.

Com a elaboração desta dissertação, pretendeu-se estudar o comportamento mecânico de reservatórios pressurizados fabricados com fibras de carbono através da técnica de enrolamento filamentar.

Para tal, foram utilizados vários métodos analíticos no estudo de um reservatório retirado de um exemplo prático citado numa referência bibliográfica, de modo a comprovar a sua validade como metodologias de projeto.

Adicionalmente, o comportamento mecânico de outro reservatório pressurizado, utilizado em práticas desportivas e fabricado em material compósito, foi estudado através da aplicação da formulação analítica e da simulação numérica utilizando o método dos elementos finitos.

Para o efeito da simulação numérica dos reservatórios estudados, utilizaram-se dois programas informáticos comerciais, nomeadamente o *Ansys Mechanical APDL* e o *SolidWorks Simulation*.

Palavras-chave: Reservatório sob Pressão, Material Compósito, Fibras de Carbono, Enrolamento Filamentar, Método dos Elementos Finitos.

Abstract

The design of pressure vessels comprehends not only its dimensioning to resist the in-service loads, but also the selection of materials and suitable manufacturing processes. Through the selection of a composite material as a raw material, the decision on the design increases due to the construction of the composite itself, either in the choices between constituents or in the definition of volumetric fractions of the material itself.

With the elaboration of this dissertation it was intended to study the mechanical behavior of two pressure vessels made of carbon fibers through the filament winding technique.

As such, several analytical methods were used in a pressure vessel taken from a practical example referred in the literature, in order to prove their validity and viability as a design methodology. Additionally, the pressure vessel was studied through numerical simulations using two commercial softwares, using the finite element method, in order to obtain more data for comparison and analysis of results. Subsequently, a new theoretical and numerical analysis was carried out on other pressure vessel in order to study its mechanical behavior when submitted to a reference service pressure.

The numerical analyses were carried out through the use of the two commercial softwares mentioned above, namely *Ansys Mechanical APDL* and *SolidWorks Simulation*.

Key-Words: Pressure Vessels, Composite Material, Carbon Fibers, Filament Winding, Finite Element Method.

Índice

AGRADECIMENTOS	II
RESUMO	III
ABSTRACT	IV
ÍNDICE	V
ÍNDICE DE FIGURAS	VII
ÍNDICE DE TABELAS	IX
LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS	X
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Enquadramento	1
1.2 Objetivos da dissertação	1
1.3 Estrutura da dissertação	2
2 ESTADO DA ARTE	3
2.1 Reservatórios sob Pressão	3
2.1.1 Tensões em Cascas	4
2.1.2 Cascas Esféricas	5
2.1.3 Cascas Cilíndricas	6
2.2 Enrolamento Filamentar	7
2.2.1 Evolução	8
2.2.2 Processo Tecnológico	9
2.2.3 Padrões de Enrolamento	11
2.3 Materiais Compósitos	14
2.3.1 Reforço	15
Fibras de Carbono	18
2.3.2 Matriz	20
Matrizes Termoplásticas	20
Matrizes Termoendurecíveis	21
2.3.3 Interface Fibra-Matriz	22
2.3.4 Propriedades Gerais de uma Lâmina	23
Conceitos Básicos	24
Propriedades Elásticas	25

Equações de Halpin-Tsai	28
2.3.5 Relação Tensão-Extensão em uma Lâmina em Estado Plano de Tensão	31
2.3.6 Teoria Clássica dos Laminados (CLT)	32
2.3.7 Teorias de Falha	36
Teoria de Falha da Tensão Máxima	37
Teoria de Falha da Extensão Máxima	37
Teoria de Falha Tsai-Hill	37
Teoria de Falha Tsai-Wu	39
2.3.8 Análise Netting	40
3 MATERIAIS E MÉTODOS	43
3.1 Características do Reservatório	43
3.2 Análise Netting	44
3.3 Teoria Clássica de Laminados	45
3.3.1 Casca Cilíndrica	46
3.3.2 Topo Hemisférico	49
3.4 Método dos Elementos Finitos	52
3.5 Comparação de resultados obtidos	56
4 ANÁLISE TEÓRICA, NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE UM RESERVATÓRIO	59
4.1 Características do Reservatório “Stako”	59
4.2 Ensaio de Pressão Interna[20]	61
4.3 Análise Netting	64
4.4 Teoria Clássica de Laminados	65
4.4.1 Casca Cilíndrica	67
4.4.2 Calote Esférica	67
4.5 Simulações Numéricas	68
4.6 Resumo de Resultados	70
5 CONCLUSÕES	73
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	75
ANEXOS	77
Anexo A – Estudo numérico do reservatório pressurizado descrito em [19]	77
Anexo B – Ensaio de Pressão Interna: Dados e Representações	89
Anexo C – Detalhes das simulações numéricas da garrafa Stako	92

Índice de Figuras

Figura 2.1 - Representação de um elemento de volume de uma casca e respetivo carregamento (figura adaptada de [1])	5
Figura 2.2 - Processo de Enrolamento Filamentar (figura adaptada de [2]).....	7
Figura 2.3 - Exemplo de uma máquina de enrolamento filamentar com 5 eixos e respetivo sistema de controlo (figura adaptada de [4])	9
Figura 2.4 - Esquema do processo de Enrolamento Filamentar (figura adaptada de [2])	10
Figura 2.5 - Enrolamento Circunferencial figura adaptada de [3].....	11
Figura 2.6 - Enrolamento Polar (figura adaptada de [2] e [3])	12
Figura 2.7 - Representação esquemática de enrolamento polar (figura adaptada de [4])	12
Figura 2.8 - Enrolamento Helicoidal (figura adaptada de [2] e [3]).....	13
Figura 2.9 - Representação esquemática de enrolamento helicoidal geodésico (figura adaptada de [4])	13
Figura 2.10 - Representação esquemática de enrolamento helicoidal geodésico modificado (figura adaptada de [4])	13
Figura 2.11-Comparação de propriedades entre materiais convencionais e materiais compósitos (figura adaptada de [7])	15
Figura 2.12 - Resistência da fibra em função do seu diâmetro para fibras de carbono (figura adaptada de [8])	17
Figura 2.13 – Sequência de processo de criação de fibra de carbono (figura adaptada de [11]) 18	
Figura 2.14-Representação esquemática de um laminado e respetivas laminas (figura adaptada de [16])	24
Figura 2.15 - Comparação entre o Módulo de Young longitudinal teórico em função da fração volúmica de fibra e dados experimentais (figura adaptada de [8]).....	26
Figura 2.16 - Comparação entre o Módulo de Young transversal teórico em função da fração volúmica de fibra e dados experimentais (figura adaptada de [7]).....	26
Figura 2.17 - Comparação entre o módulo de elasticidade transversal teórico em função da fração volúmica de fibra e dados experimentais (figura adaptada de [7]).....	27
Figura 2.18-Variação do módulo de Young com a orientação da fibra (figura adaptada de [14])	28
Figura 2.19 - Comparação entre a curva do módulo de Young transversal teórica e curva do módulo de Young transversal de Halpin-Tsai em função da fração volúmica de fibra com dados experimentais (figura adaptada de [8])	29
Figura 2.20 - Comparação entre a curva do módulo de elasticidade transversal teórica e curva do módulo de elasticidade transversal de Halpin-Tsai em função da fração volúmica de fibra com dados experimentais (figura adaptada de [8]).....	30
Figura 2.21 - Lâmina Unidirecional (figura adaptada de [17])	31
Figura 2.22 - Eixos locais e globais numa lamina com ângulo (figura adaptada de [8])	32
Figura 2.23 – Representação esquemática de um laminado (figura adaptada de [8])	35
Figura 2.24 - Representação de forças e momentos em um laminado	35
Figura 2.25 - Diagrama de Corpo Livre usado na análise netting (figura adaptada de [4])	41
Figura 3.1 - Reservatório estudado (figura adaptada de [19]).....	44
Figura 3.2- Elemento SHELL181 utilizado na simulação em Ansys Mechanical APDL.....	53

Figura 3.3 - Representação da malha de elementos finitos definida em SolidWorks Simulation (à esq.) e Ansys Mechanical APDL (à dir.).....	53
Figura 3.4 - Representação do carregamento e das condições de fronteira definidas em SolidWorks Simulation (à esq.) e Ansys Mechanical APDL (à dir.).....	54
Figura 3.5 - Representação de tensão segundo a coordenada global x (direção longitudinal/meridional) em SolidWorks Simulation	54
Figura 3.6 - Representação de tensão segundo a coordenada global y (direção circunferencial) em SolidWorks Simulation.....	55
Figura 3.7 - Representação de tensão segundo a coordenada local 1 em SolidWorks Simulation	55
Figura 3.8 - Representação de tensão segundo a coordenada local 2 em SolidWorks Simulation	56
Figura 4.1 - Dimensões e geometria do reservatório "Stako" com dimensões em metros (figura adaptada de [20])	60
Figura 4.2 - Reservatório "Stako" (figura adaptada de [20]).....	60
Figura 4.3 - Garrafa de mergulho 200 bar (figura adaptada de [20])	61
Figura 4.4 - Adaptador "Fill Station" (figura adaptada de [20])	61
Figura 4.5 - Extensômetros no corpo cilíndrico e fundo copado tori esférico, respectivamente (figura adaptada de [20])	62
Figura 4.6 - Ponte de extensometria (figura adaptada de [20])	62
Figura 4.7 - Aparato do carregamento de botija Stako por transvase da botija de mergulho (figura adaptada de [20])	63
Figura 4.8 - Gráfico deformação-pressão do ensaio de pressão interna (figura adaptada de [20])	64
Figura 4.9 - Representação da garrafa simulada em SolidWorks Simulation	69
Figura 4.10 - Representação da garrafa simulada em Ansys Mechanical APDL.....	70

Índice de Tabelas

Tabela 2.1 – Propriedades típicas de fibras de carbono em função do precursor (tabela adaptada de [12])	19
Tabela 2.2 - Propriedades típicas de algumas matrizes termoplásticas (tabela adaptada de [14])	21
Tabela 2.3 -Propriedades típicas de algumas matrizes termoendurecíveis (figura adaptada de [14])	22
Tabela 3.1 - Módulos de Elasticidade da Lâmina (tabela adaptada de [19]).....	43
Tabela 3.2 – Outras Propriedades Mecânicas da Lâmina (tabela adaptada de [19]).....	43
Tabela 3.3 - Raios de Curvatura do Reservatório.....	44
Tabela 3.4 - Pressão máxima admissível da casca cilíndrica de acordo com os vários critérios utilizados.....	48
Tabela 3.5 - Pressão máxima admissível da casca esférica de acordo com os vários critérios utilizados.....	51
Tabela 3.6 - Comparação entre pressões máximas obtidas analiticamente e através do artigo [19]	56
Tabela 3.7 - Tensões calculadas por via teórica e numérica para o reservatório submetido a 5 MPa de pressão interna.....	57
Tabela 4.1 - Algumas propriedades de lamina carbono/epoxy (tabela adaptada de [14]).....	59
Tabela 4.2 - Raios de Curvatura do Reservatório Stako (dimensões lineares e, mm).....	60
Tabela 4.3 - Comparação dos vários parâmetros da análise netting entre as duas pressões utilizadas.....	65
Tabela 4.4 - Comparação entre os parâmetros de espessura da análise netting, com uma pressão de 30 MPa, e do reservatório	70
Tabela 4.5 - Tensões calculadas para o reservatório a 11 MPa de pressão interna	71

Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

APDL	Ansys Parametric Design Language
BW	Band Width
CADWIND	Computer Aided Design Winding
CIT	Câmara de Imagem Térmica
CLT	Classical Laminate Theory – Teoria Clássica dos Laminados
FS	Fator de Segurança
PA	Poliamidas
PAN	Poliacrilonitrilo
PEEK	Poli-éter-éter-cetena
PEI	Polieterimida
PP	Prolipropileno
PVC	Policloreto de Vinilo
UV	Ultravioleta

α_0	Ângulo de Enrolamento
γ_{12}	Distorção no Plano de Coordenadas Locais 1-2
$(\gamma_{12})_{ult}$	Distorção de Rotura no Plano de Coordenadas Locais 1-2
γ_{xy}^0	Distorção do Plano Médio do Laminado no Plano de Coordenadas Globais x-y
γ_{xy}	Distorção no Plano de Coordenadas Globais x-y
γ_{xz}	Distorção no Plano de Coordenadas Globais x-z
γ_{yz}	Distorção no Plano de Coordenadas Globais y-z
δ	Deformada da Casca
δ_e	Deformada da Casca Esférica
δ_c	Deformada da Casca Cilíndrica
$(\epsilon_{1,2}^C)_{ult}$	Extensão de Rotura à Compressão Segundo as Direções Locais 1 e 2
$(\epsilon_{1,2}^T)_{ult}$	Extensão de Rotura à Tração Segundo as Direções Locais 1 e 2

$\varepsilon_{1,2}$	Extensão Segundo as Direções Locais 1 e 2
$\varepsilon_{x,y}^0$	Extensão do Plano Médio do Laminado Segundo as Direções Globais x e y
$\varepsilon_{x,y,z}$	Extensão Segundo as Direções Globais x, y e z
ζ	Fator de Reforço
$\kappa_{x,y}$	Curvatura do Plano Médio Segundo as Direções Globais x e y
κ_{xy}	Curvatura do Plano Médio no Plano de Coordenadas Globais x-y
ν	Coeficiente de Poisson
ν_{12}	Coeficiente de Poisson da Lâmina
$\nu_{f,m}$	Coeficiente de Poisson da Fibra e Matriz
ρ	Massa Volúmica
$\rho_{f,m}$	Massa Volúmica da Fibra e Matriz
$(\sigma_{1,2}^C)_{ult}$	Tensão de Rotura à Compressão Segundo as Direções Locais 1 e 2
$(\sigma_{1,2}^T)_{ult}$	Tensão de Rotura à Tração Segundo as Direções Locais 1 e 2
$\sigma_{1,2}$	Tensão Segundo as Direções Locais 1 e 2
$\sigma_{\theta,\phi}$	Tensão Circunferencial ou Longitudinal/Meridional
σ_{adm}	Tensão Admissível
$\sigma_{x,y}$	Tensão Segundo as Direções Globais x e y
$(\tau_{12})_{ult}$	Tensão de Corte de Rotura no Plano de Coordenadas Locais 1-2
τ_{12}	Tensão de Corte no Plano de Coordenadas Locais 1-2
τ_{xy}	Tensão de Corte no Plano de Coordenadas Globais x-y
ϕ	Ângulo Formado Pelos Raios de Curvatura do Paralelo e Circunferencial
[A]	Matriz de Rigidez da Extensão
[B]	Matriz de Acoplamento de Rigidez
c	Coseno
C	Fator de Correção
[D]	Matriz de Rigidez da Flexão
d	Diâmetro de Fibra

D_A	Diâmetro do Bocal Maior
D_{CIL}	Diâmetro do Corpo Cilíndrico Principal
D_F	Diâmetro do Bocal Menor
E	Módulo de Elasticidade
E_1	Módulo de Young Longitudinal da Lâmina
E_2	Módulo de Young Transversal da Lâmina
$E_{f,m}$	Módulo de Young da Fibra e Matriz
E_x	Módulo de Young de uma Lâmina Segundo uma Direção Diferente da Longitudinal e Transversal
G	Parâmetro do Critério de Tsai-Hill
G_{12}	Módulo de Elasticidade Transversal da Lâmina
$G_{f,m}$	Módulo de Elasticidade Transversal da Fibra ou da Matriz
H	Parâmetro do Critério de Tsai-Wu
h_k	Altura da Lâmina em Relação ao Plano Médio do Laminado
L (capítulo 2.2.3)	Comprimento do Reservatório
L (capítulo 2.3.1)	Comprimento de Fibra
$M_{f,m}$	Fração Mássica da Fibra e Matriz
$M_{x,y}$	Momento Aplicado no Laminado Segundo a Direção Global x e y
M_{xy}	Momento Aplicado no Laminado no Plano de Coordenadas Globais x-y
$n_{\alpha,\theta}$	Número de Camadas Helicoidais e Circunferenciais
$N_{\theta,\phi}$	Força Circunferencial e Força Longitudinal por Unidade de Comprimento
N_f	Carregamento Sofrido pela Fibra
$N_{x,y}$	Força por Unidade de Comprimento Segundo a Direção Global x e y
N_{xy}	Força por Unidade de Comprimento no Plano de Coordenadas Globais x-y
P	Pressão Interna
P_z	Pressão Segundo a Direção da Coordenada Global z
$[Q]$	Matriz dos Coeficientes de Rigidez Reduzidos
$[\bar{Q}]$	Matriz dos Coeficientes de Rigidez Reduzidos

	Transformada
r	Raio do Reservatório
r_0	Raio de Curvatura do Paralelo
r_1	Raio de Curvatura Longitudinal/Meridional
r_2	Raio de Curvatura Circunferencial
$R\alpha$	Raio da Seção Transversal
R_E	Distância Desde o Centro do Bocal Menor até ao Centro da Fita de Enrolamento
R_{EA}	Distância Desde o Centro do Bocal Maior até ao Centro da Fita de Enrolamento
R_{EF}	Distância Desde o Centro do Bocal Menor até ao Centro da Fita de Enrolamento
R_N	Distância Desde o Centro do Bocal Maior até ao Centro da Fita de Enrolamento
$[R]$	Matriz Reuter
$[R]^{-1}$	Matriz Reuter Invertida
s	Seno
$[S]$	Matriz da Flexão
t	Espessura do Reservatório
$t_{\theta,\alpha}$	Espessura da Camada Circunferencial e Helicoidal
t_L	Espessura da Lâmina
$V_{f,m}$	Fração Volúmica de Fibra ou da Matriz

1 Introdução

1.1 Enquadramento

Desde os primórdios da humanidade que o ser humano desenvolve e aplica novas tecnologias motivado por várias razões, mas sobretudo pela tentativa de melhoria do seu bem-estar e conforto. No entanto, só durante a revolução industrial no séc. XIX é que se assiste a um desenvolvimento tecnológico significativo motivado pelas exigências impostas pela indústria e novos métodos de manufatura. Este desenvolvimento torna-se ainda maior durante o séc. XX devido às Grandes Guerras e à corrida ao espaço. Com estes acontecimentos, passa-se a empregar mais tempo e recursos na pesquisa e desenvolvimento de novas tecnologias, sobretudo em aplicações militares, navais, aeronáuticos e aeroespaciais.

Com este desenvolvimento surge também a necessidade do desenvolvimento de novos materiais. Isto porque às novas tecnologias são impostas condições de serviço cada vez mais extremas e exigidos desempenhos cada vez melhores. É neste contexto que surgem os materiais compósitos. Não sendo uma criação exclusiva do Homem, visto na natureza existem alguns exemplos, os materiais compósitos viram a sua importância aumentar em meados do séc. XX. São materiais formados pela combinação de dois ou mais constituintes, com propriedades físicas, químicas e mecânicas diferentes; atualmente encontram-se em várias aplicações de engenharia devido ao elevado valor das relações de rigidez/peso e resistência/peso que proporcionam aos componentes onde se encontram inseridos.

Os reservatórios sob pressão são estruturas bastante difundidas atualmente, podendo ser encontradas em várias aplicações. Consistem em cascas fechadas e estanques contendo um fluido sob pressão. A sua utilização pode ser observada desde as situações mais discretas, tais como um extintor num espaço público, até às situações mais extremas, inserido em um satélite no espaço. Atualmente o seu projeto é feito mediante um conjunto de regras e normas estabelecidas por entidades próprias especializadas neste tipo de estruturas.

1.2 Objetivos da dissertação

A presente dissertação tem como objetivo estudar o comportamento mecânico de um reservatório, utilizado em práticas desportivas, fabricado num material compósito.

Para tal efeito, pretende-se, em primeira instância, analisar um reservatório já experimentado, de modo a validar os métodos analíticos do cálculo de reservatórios e materiais compósitos. De modo a tornar a validação mais abrangente, serão efetuadas simulações numéricas, com o

objetivo de obter dados que permitam comparar os valores dos métodos analíticos com os obtidos através dos *softwares AnsysMechanical APDL e SolidWorksSimulation*.

1.3 Estrutura da dissertação

A presente dissertação é composta por cinco capítulos, incluindo a Introdução e a Conclusões.

No primeiro capítulo são apresentados os motivos para realização desta dissertação, bem como os objetivos que se pretendem alcançar e a sua respetiva estrutura.

No segundo capítulo são apresentadas e abordadas teorias utilizadas para o projeto de reservatórios sob pressão e construção de laminados compósitos, bem como definições e conceitos relacionados com materiais compósitos. Estas teorias serão utilizadas ao longo da dissertação no cumprimento dos objetivos propostos.

No terceiro capítulo as teorias descritas são utilizadas em um caso prático, retirado de uma referência bibliográfica, de modo a comprovar a sua validade. Adicionalmente, são utilizados dois *softwares*, mais concretamente o *AnsysMechanical APDL* e o *SolidWorks Simulation*, de modo a estudar o reservatório através do método dos elementos finitos e reforçar os resultados obtidos pela via teórica. No final do capítulo é apresentada uma comparação entre os valores obtidos pelos programas e teoria com os valores apresentados no exemplo prático.

No quarto capítulo, um reservatório utilizado em atividades desportivas, nomeadamente *paintball* e *airsoft*, é estudado pela via teórica, de modo a averiguar o seu comportamento mecânico sob determinada pressão de serviço e simulado numericamente. Os resultados serão comparados com os valores obtidos através de um ensaio de pressão interna a que o reservatório foi submetido aquando da realização de uma outra dissertação de mestrado.

Por fim, no último capítulo são apresentadas as conclusões respeitantes a esta dissertação.

2 Estado da arte

2.1 Reservatórios sob Pressão

Os reservatórios sob pressão são cascas fechadas estanques, contendo líquido ou gás e sujeitos a pressão interna e/ou externa. São das estruturas mais difundidas e utilizadas em construção mecânica, podendo ser encontradas em muitas máquinas de utilização corrente. Sendo fabricados principalmente em materiais metálicos, nomeadamente aço, ligas de titânio, ligas de alumínio ou, em casos especiais, em vidro ou plástico, os reservatórios sob pressão têm sido objeto de vários estudos, devido às dificuldades inerentes ao seu projeto. Atualmente o seu projeto, desenvolvimento e teste é feito, fundamentalmente, através de normas de projeto. Como resultado da experiência de operação acumulada ao longo dos anos, os reservatórios sob pressão tornaram-se em uma das estruturas mais confiáveis em engenharia. É importante salientar que a confiança é uma das principais propriedades de um reservatório sob pressão comercial, isto porque, a falha incontável de um reservatório contendo um gás sob pressão interna pode resultar em uma explosão com consequências catastróficas. São tipicamente constituídos por uma secção cilíndrica e dois fundos copados. Sendo as regiões dos fundos sujeitas aos maiores níveis de tensão, e sendo também zonas críticas com respeito à falha da estrutura, o projeto ótimo dos fundos é um dos aspetos mais importantes no projeto de reservatórios sob pressão.

O crescente uso de reservatórios sob pressão em vários sectores da indústria e em várias aplicações mecânicas sob condições extremas de pressão, temperatura e ambiente deram origem a uma ênfase especial dos modelos analíticos e experimentais usados para determinar as tensões resultantes, sendo de igual importância a compreensão do comportamento mecânico dos materiais envolvidos no seu fabrico. De facto, a compreensão do comportamento mecânico dos materiais não só é necessária para se conseguir evitar a falha da estrutura, mas também para se conseguir minimizar os custos envolvidos na escolha do material, na quantidade a utilizar e na sua utilização.

Durante a segunda metade do séc.XX começaram a surgir novas possibilidades de melhoramento do desempenho dos reservatórios devido ao desenvolvimento de materiais compósitos e da descoberta e aplicação da tecnologia de enrolamento filamentar. A aplicação dos materiais compósitos e o desenvolvimento de novos métodos de fabrico permitiram uma elevada redução no peso e no custo de fabricação de reservatórios sob pressão, as quais foram acompanhadas pela melhoria das suas propriedades mecânicas.

2.1.1 Tensões em Cascas

Para descrever a geometria de uma casca só é necessário o conhecimento da forma da sua superfície média e da espessura em cada ponto da casca [1], sendo que as cascas são definidas como finas quando a razão entre a espessura t e raio de curvatura r for igual ou inferior a $1/20$. Para cascas finas com importância prática esta razão pode ser $1/1000$ ou menor [1].

Uma das análises mais utilizadas no projeto de estruturas de cascas consiste na aplicação da teoria de membrana. A membrana, plana ou curva, é identificada como um corpo com a mesma forma que uma placa ou casca, mas incapaz de transmitir momentos ou forças de corte. É importante notar que as forças de membrana são independentes da flexão e são inteiramente definidas pelas condições de equilíbrio estático. Os pressupostos estruturais básicos associados à deformação de uma casca fina são: a razão entre a espessura da casca e raio de curvatura é pequena quando comparado com a unidade; deflexões da superfície média são pequenas quando comparadas com a espessura da casca; seções planas e normais à superfície média ao longo da casca permanecem planas e perpendiculares em relação à superfície média deformada, esta hipótese implica que as extensões γ_{xz} e γ_{yz} são desprezáveis e que a extensão normal ε_z também pode ser omitida, e a tensão normal ao plano médio σ_z é pequena quando comparada com as outras componentes e pode ser desprezada [1]. Na derivação das equações da teoria de membrana, as propriedades do material não são utilizadas e, por isso, elas são válidas para qualquer casca independentemente do material utilizado [1].

Considerando apenas a teoria da membrana, em problemas axi-simétricos envolvendo cascas de revolução não existem forças de corte nem momentos flectores e só existem duas forças de membrana actuantes: N_θ , força circunferencial por unidade de comprimento, e N_ϕ , força longitudinal por unidade de comprimento. Adicionalmente, a casca pode ser definida através de três raios: r_0 , raio de curvatura do paralelo; r_1 , raio de curvatura longitudinal/meridional; e r_2 , raio de curvatura circunferencial. Os raios r_0 e r_2 estão relacionados através da seguinte expressão:

$$r_0 = r_2 \sin \phi \quad (2-1)$$

sendo ϕ o ângulo formado pelos raios r_0 e r_2 (Fig. 2.1).

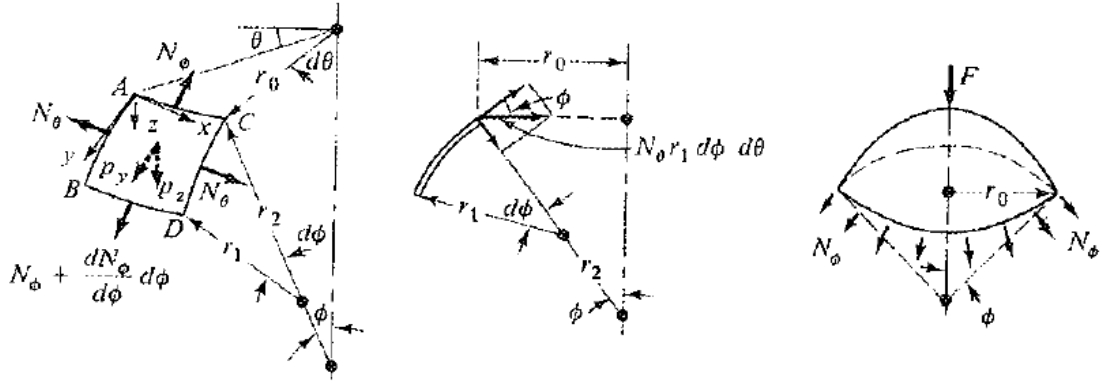


Figura 2.1 - Representação de um elemento de volume de uma casca e respetivo carregamento (figura adaptada de [1])

De acordo com a figura 2.1 e sabendo que $\sum F_z = 0$ e $\sum F_y = 0$ obtém-se as seguintes expressões:

$$\begin{cases} N_\phi r_0 + N_\theta r_1 \sin \phi + p_z r_0 r_1 = 0 \\ 2\pi r_0 N_\phi \sin \phi + F = 0 \end{cases} \quad (2-2)$$

A primeira expressão da equação 2-2 pode ser transformada para uma forma mais simples ao se dividir por $r_0 r_1$ e substituir r_0 por $r_2 \sin \phi$. Ao realizar estas operações, chega-se a uma das duas equações fundamentais para carregamentos axi-simétricos em cascas de revolução:

$$\frac{N_\phi}{r_1} + \frac{N_\theta}{r_2} = -p_z \quad (2-3)$$

Através da manipulação algébrica da segunda expressão da equação 2-2 obtém-se a equação da força longitudinal por unidade de comprimento:

$$N_\phi = -\frac{F}{2\pi r_0 \sin \phi} \quad (2-4)$$

Estas equações são suficientes para se determinar a força circunferencial por unidade de comprimento N_θ e a força meridional por unidade de comprimento N_ϕ . A partir destas forças as tensões são obtidas diretamente. A deformação da casca, partindo da lei de Hooke, é dada pela seguinte expressão:

$$\delta = \frac{r_0}{Et} (N_\theta - \nu N_\phi) \quad (2-5)$$

2.1.2 Cascas Esféricas

Em cascas esféricas é possível estabelecer o raio médio como $r = r_1 = r_2$. Desta condição resultam das equações de equilíbrio (equações 2-3 e 2-4) as seguintes expressões:

$$\begin{cases} N_\phi + N_\theta = -p_z r \\ N_\phi = -\frac{F}{2\pi r \sin^2 \phi} \end{cases} \quad (2-6)$$

O caso mais simples consiste em uma casca esférica sujeita a uma pressão interna constante p . Neste caso tem-se $p_z = -p$, $\phi = 90^\circ$ e $F = -p\pi r^2$. Como em qualquer secção considerada obtém-se um corpo livre idêntico, passa-se a ter a seguinte condição: $N = N_\phi = N_\theta$.

Assim sendo, resulta a seguinte equação para as tensões meridional e circunferencial:

$$\sigma_{\phi,\theta} = \frac{N}{t} = \frac{pr}{2t} \quad (2-7)$$

com t a representar a espessura da casca. A deformação da esfera é dada por:

$$\delta_e = \frac{r}{Et} (N - \nu N) = \frac{pr^2}{2Et} (1 - \nu) \quad (2-8)$$

2.1.3 Cascas Cilíndricas

Em cascas cilíndricas, o raio r_1 tende para ∞ . O ângulo ϕ é igual a 90° tornando o raio r_0 igual a r_2 , que, por sua vez, é igual ao raio da própria casca r . Adicionalmente, para um reservatório cilíndrico fechado nos topos sob pressão interna a pressão será $p = -p_z$ e a força $F = -p\pi r^2$.

Neste caso, as equações de equilíbrio (equações 2-3 e 2-4) tornam-se, respetivamente:

$$\begin{cases} N_\theta = pr \\ N_\phi = \frac{pr}{2} \end{cases} \quad (2-9)$$

Dividindo ambas as forças pela espessura t obtém-se as tensões circunferencial e meridional, respetivamente:

$$\begin{cases} \sigma_\theta = \frac{pr}{t} \\ \sigma_\phi = \frac{pr}{2t} \end{cases} \quad (2-10)$$

A deformação da casca cilíndrica é dada por:

$$\delta_c = \frac{pr^2}{2Et} (2 - \nu) \quad (2-11)$$

2.2 Enrolamento Filamentar

O enrolamento filamentar é um processo automático onde uma fita de filamentos de fibra, pré-impregnado ou impregnado com resina líquida, é enrolada em um mandril segundo um padrão (Fig. 2.2). O mandril possui a forma interna do produto desejado e é removido após o conjunto passar por processos de cura. Esta técnica oferece um método preciso e de alta velocidade para se colocar várias camadas de compósito.

O mandril pode ser cilíndrico, redondo ou ter qualquer outra forma que não possua curvatura reentrante. De entre as várias aplicações do processo de enrolamento filamentar estão os reservatórios sob pressão cilíndricos e esféricos, oleodutos, cilindros de oxigénio ou outro gás, carcaças de motores de foguetes, pás de helicópteros ou tanques subterrâneos de armazenamento (para gasolina, petróleo, ácidos, água, etc). O processo não é limitado por estruturas axi-simétricas podendo ser enroladas peças com formas prismáticas ou com formatos mais complexos.

As máquinas atuais de enrolamento filamentar são controladas numericamente, possuindo vários graus de liberdade para depositar um número exato de camadas de reforço. As propriedades mecânicas de uma peça fabricada por enrolamento filamentar não só dependem da composição do material do componente, bem como dos parâmetros do processo, tais como o ângulo de enrolamento, tensão de fibra, etc.

Como esta técnica de fabricação permite a produção de componentes resistentes com baixo peso, tem-se revelado particularmente útil para componentes de aplicações aeroespaciais, militares e estruturas de utilidade comercial e industrial. Tanto o reforço/fibras como a matriz podem ser feitos à medida, de modo a satisfazer quase qualquer exigência feita ao componente pretendido. Este fator auxilia no alargamento da aplicação deste processo a praticamente qualquer produto comercial onde a proporção resistência-peso é um fator importante.

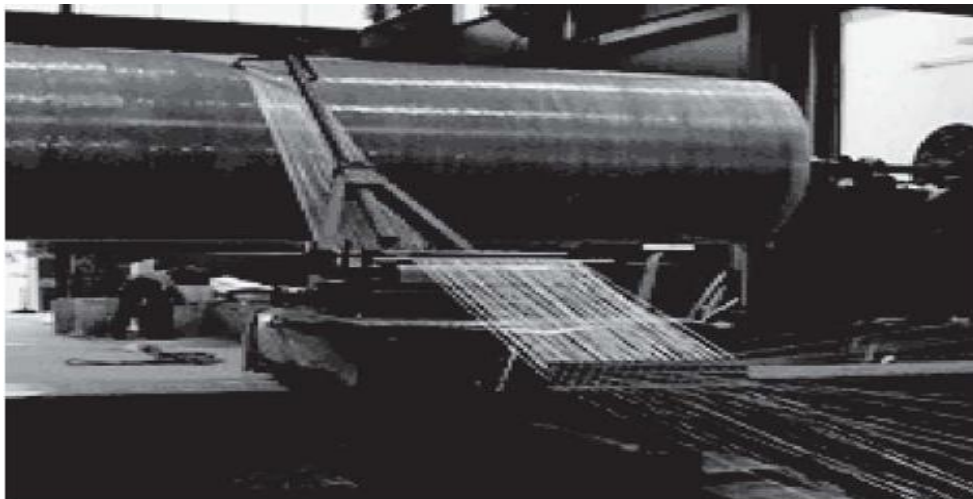


Figura 2.2 - Processo de Enrolamento Filamentar (figura adaptada de [2])

2.2.1 Evolução

Enrolamento filamentar é o mais antigo processo utilizado para a manufatura de estruturas compósitas fabricadas através de máquinas [3].

O início deste processo é creditado a Richard E. Young no início da década de 40 do séc.XX [4]. Começou com um simples mecanismo de enrolar que colocava fibras de vidro em um mandril de madeira. Após o enrolamento estar completo era utilizado um pincel para aplicar resina *epoxy* à parte exterior da unidade enrolada. Por fim, era inserido em um forno para realizar o processo de cura, após o qual era removido o mandril e dado por completo o processo de fabricação. Este processo foi o primeiro a ser apresentado ao governo dos EUA no âmbito do desenvolvimento de tecnologias de foguetes [4].

Na década de 50, o equipamento utilizado era bastante simples e o seu desempenho só permitia a realização das tarefas mais simples utilizando, para tal efeito, dois eixos de movimento: um veio de rotação e um carreto horizontal. Este projeto simples era suficiente para criar as primeiras peças de enrolamento filamentar: cárteres de motores de foguetes [5].

Os primeiros avanços deste processo surgiram na forma de sistemas mecânicos mais complexos, que envolviam o uso de engrenagens, correias, polias e correntes, e permitiam ao operador programar a máquina de enrolamento filamentar. Estas novas máquinas tinham capacidades limitadas, no entanto eram bastante precisas [5].

Através de inovações tecnológicas, o projeto da máquina tornou-se gradualmente mais sofisticado devido à implementação de um terceiro eixo de movimento, conseguido através de um carreto radial, bem como de rails e eixos de esferas combinados com caixas de velocidades melhoradas [5]. Estas novas adições resultaram em enrolamentos filamentosos mais precisos e suaves.

A meio da década de 70 o processo volta a sofrer uma grande alteração no seu projeto devido ao desenvolvimento da tecnologia *servo* [5]. Computadores de alta-velocidade permitiam um rápido processamento de dados que resultaram em movimentos mais suaves e maior precisão de colocação de fibra. Gradualmente as funções que eram controladas por um operador através do uso de correias, engrenagens polias e correntes passaram a ser substituídas por computadores.

As décadas de 80 e 90 assistiram a um aumento no desenvolvimento e uso da tecnologia de computadores. Computadores e *motion control cards* passaram a ser peças fundamentais em qualquer hardware que integrasse numa máquina. O controlo de velocidade da máquina foi bastante melhorado, sistemas de controlo de computadores conseguiam seguir a posição e velocidade com maior precisão e eixos de movimento foram incorporados no projeto da máquina permitindo ter até seis eixos de movimento controlado (Fig. 2.3). Ao mesmo tempo, empresas começaram o desenvolvimento de *softwares* de geração de padrões (*FiberGrafix*)

CADWIND). A criação destes *softwares* permitiu o enrolamento de peças mais complexas, nomeadamente peças com formato T e peças não axissimétricas [5].



Figura 2.3 - Exemplo de uma máquina de enrolamento filamental com 5 eixos e respectivo sistema de controlo (figura adaptada de [4])

2.2.2 Processo Tecnológico

Em 1964 os autores Rosato D.V. e Grove C.S. no seu livro intitulado “Filament Winding: It’s Development, Manufacture, Applications and Design” definiram este processo como uma técnica onde “... produz produtos de alta resistência e baixo peso; consiste basicamente em dois ingredientes, nomeadamente, reforço por filamento ou tipo de fita e matriz ou resina” [6].

O processo começa ao se fazer passar fios de fibra por um tanque contendo resina no estado líquido (Fig. 2.4), catalisador e outros ingredientes, podendo ser pigmentos ou retardadores de UV. A tensão na fibra é controlada por guias ou barras de tesoura localizadas entre o tanque e o ponto de origem das fibras; simultaneamente, as propriedades do compósito dependem do tipo de fibra que está a ser processado, respetiva geometria e do padrão de enrolamento pretendido no mandril. É necessário um valor de tensão de fibra suficiente porque se o seu valor for muito alto a fibra pode quebrar completamente. Antes de entrar no tanque, os fios são, geralmente, reunidos numa banda. Isto é feito ao fazê-los passar através de uma placa de fio têxtil ou por um pente de aço inoxidável. No final do tanque de resina os fios impregnados de resina são puxados por um dispositivo de limpeza que remove o excesso de resina e controla a espessura do revestimento de resina em cada fio. O dispositivo de limpeza mais comum consiste num conjunto de rolos de aperto onde a posição do rolo superior é ajustado para controlar o teor de

resina bem como a tensão nas fibras. Outra técnica de limpeza dos fios impregnados em resina é puxá-los, separadamente, através de um orifício (Fig. 2.4). Assim que os fios estiverem devidamente impregnados e limpos eles são reunidos numa faixa plana e posicionados no mandril. A faixa formada é conseguida ao se fazer os fios passar por um pente de aço inoxidável e depois por um olhal. A velocidade do carreto, situado na máquina, e a velocidade de enrolamento do mandril são controlados de modo a obter o padrão de enrolamento desejado. Depois do enrolamento, o mandril é sujeito a operações de cura e pós-cura. Estas operações envolvem calor e são geralmente feitas num forno. Adicionalmente, o mandril encontra-se em rotação de modo a manter o teor da resina uniforme à sua volta. Após estas operações, o produto resultante do enrolamento é removido do mandril através de um extrator mecânico ou hidráulico. Para geometrias complexas o mandril pode ser de gesso solúvel para poder ser dissolvido ou pode ser de borracha ou outro tipo de material que possua um baixo ponto de fusão. Na figura 2.4 é apresentado um desenho esquemático do processo de enrolamento filamental.

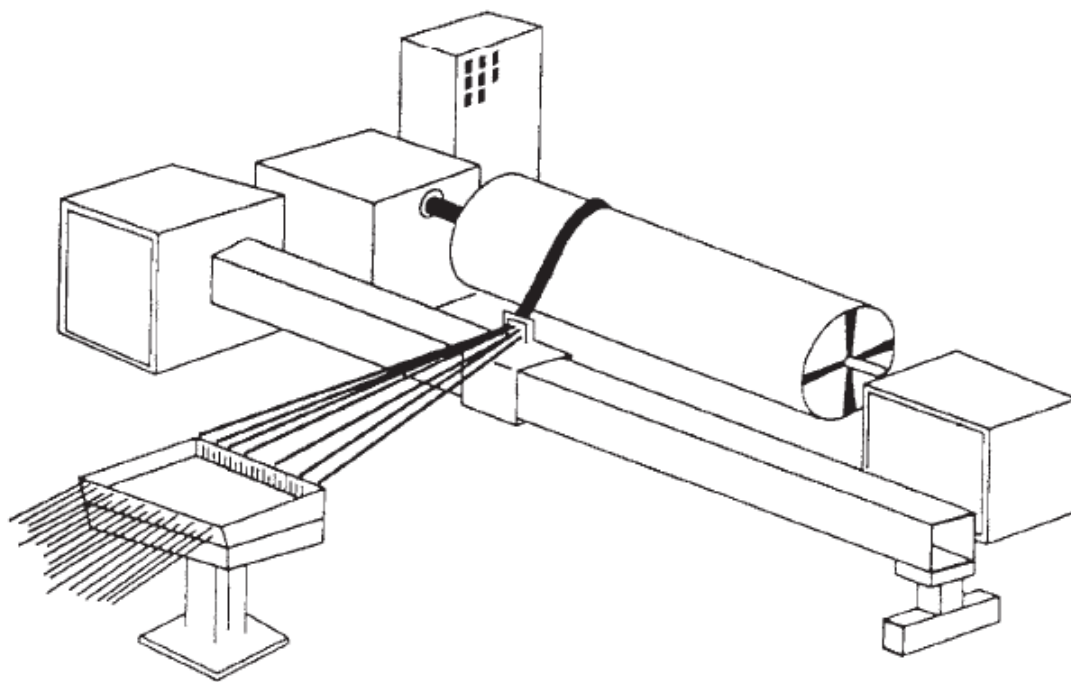


Figura 2.4 - Esquema do processo de Enrolamento Filamental (figura adaptada de [2])

Relativamente às fibras, estas podem ser impregnadas de resina através de vários métodos: (1) *wetwinding*, onde os filamentos são puxados através de resina líquida antes de serem enrolados; (2) *prepegwinding*, onde os filamentos pré-impregnados com resina parcialmente curada são enrolados diretamente num mandril aquecido; e (3) *postimpregnation*, onde os filamentos são enrolados diretamente num mandril e depois impregnados com resina através do uso da técnica *brushing* ou outra técnica.

2.2.3 Padrões de Enrolamento

No processo de enrolamento filamentar existe a possibilidade de variar a tensão de enrolamento e/ou o teor da resina em cada camada de reforço até se atingir a espessura e a resistência desejada [6]. As propriedades do reservatório podem ser variadas dependendo da escolha do padrão de enrolamento, sendo essa decisão feita com base na forma do reservatório e da orientação do reforço pretendida. Existem três padrões básicos de enrolamento: circunferencial, helicoidal e polar (Figs. 2.5-2.9). No entanto, é possível fabricar reservatórios através de outros padrões ou com uma combinação dos três padrões básicos. A capacidade de enrolamento é determinada durante o processo de enrolamento através do desvio do percurso real da fibra em relação ao percurso geodésico, sendo esse o valor ideal. O desvio da fibra pode ser causado pelo deslizamento da fibra causado por fundos copados com geometria complexa ou por erros de programação da máquina de enrolamento. Consoante a combinação fibra-matriz, existe um limite quanto ao desvio de percurso da fibra permitido, denominado de ângulo de desvio ou limite de fricção. Normalmente estes limites são determinados empiricamente. Por norma, os ângulos de enrolamento são estimados através de modelos empíricos e, assim, dependendo dos apoios de enrolamentos é possível calcular o melhor ângulo de enrolamento aproximado de acordo com o enrolamento pretendido.

O enrolamento circunferencial (Fig. 2.5) é uma forma especial do enrolamento helicoidal. Neste enrolamento, a fibra é colocada com um ângulo bastante aproximado dos 90° em relação ao eixo longitudinal do mandril e a cada rotação do mandril a banda de fibras é colocada adjacente à banda anterior. Normalmente só é aplicada em secções cilíndricas ou retas e resultam em camadas únicas de reforço.

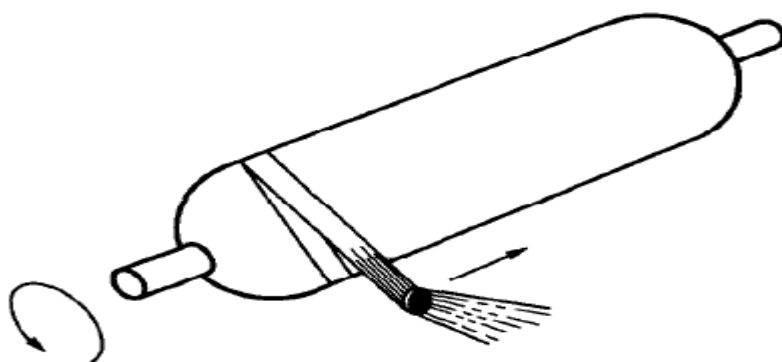


Figura 2.5 - Enrolamento Circunferencial figura adaptada de [3]

No enrolamento polar (Fig. 2.6) a fibra é colocada com um ângulo aproximado dos 0° em relação ao eixo longitudinal do mandril, passando perto ou mesmo tangencialmente aos pólos do mandril. Neste processo, o mandril permanece estacionário enquanto o carro por onde a

fibra é alimentada se desloca ao longo e à volta do eixo longitudinal do mandril. O mandril avança uma largura de banda a cada volta completa do carreto.

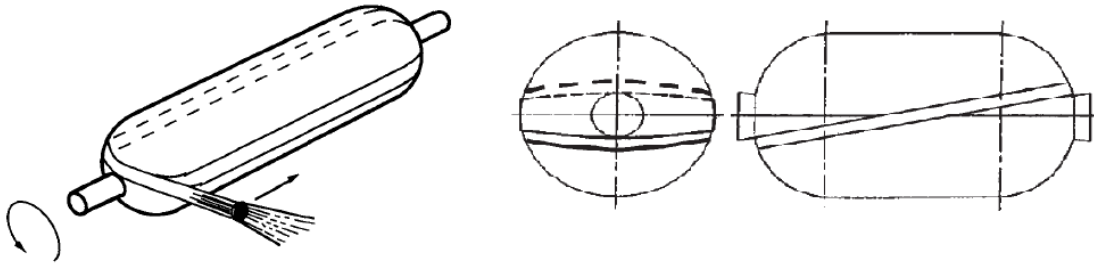


Figura 2.6 - Enrolamento Polar (figura adaptada de [2] e [3])

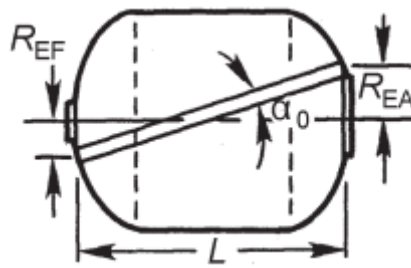


Figura 2.7 - Representação esquemática de enrolamento polar (figura adaptada de [4])

Para este enrolamento, o método empírico para estimar o melhor ângulo de enrolamento através do corpo cilíndrico é dado pela seguinte expressão:

$$\alpha_0 = \tan^{-1} \left(\frac{R_{EF} + R_{EA}}{L} \right) \quad (2-12)$$

Sendo:

α_0 – Ângulo de enrolamento

R_{EF} – Distância desde o centro do bocal menor até ao centro da fita de enrolamento

R_{EA} – Distância desde o centro do bocal maior até ao centro da fita de enrolamento

L – Comprimento do reservatório

De modo a prevenir o escorregamento da fibra existe uma limitação para este método dada pela seguinte condição: $L/D \leq 2$, representando D o diâmetro externo do corpo cilíndrico.

O enrolamento helicoidal (Fig. 2.8) é utilizado para colocar fibras com ângulos entre 5° e 80° em relação ao eixo longitudinal do mandril. As fibras são enroladas no mandril alternando entre orientação positiva e negativa devido ao fato de o carreto pela qual a fibra é alimentada se deslocar para a frente e para trás a uma velocidade constante ao longo do eixo longitudinal do

mandril enquanto roda a uma velocidade constante. Neste processo as fibras não são colocadas adjacientemente umas às outras e podem passar pelos pólos.

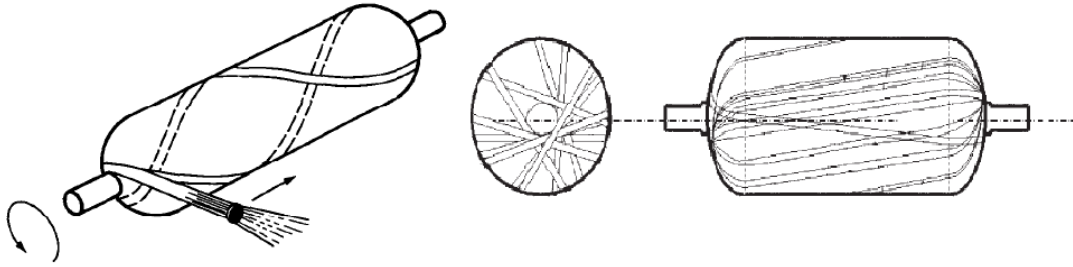


Figura 2.8 - Enrolamento Helicoidal (figura adaptada de [2] e [3])

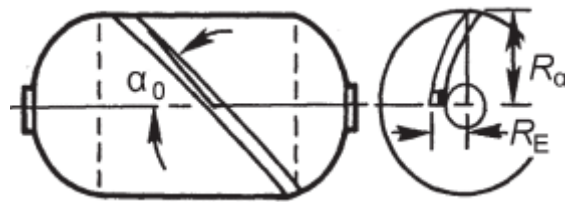


Figura 2.9 - Representação esquemática de enrolamento helicoidal geodésico (figura adaptada de [4])

Para este tipo de enrolamento, o método empírico para se estimar o ângulo de enrolamento é dado por:

$$\alpha_0 = \sin^{-1} \left(\frac{R_E}{R_\alpha} \right) \quad (2-13)$$

Sendo:

α_0 – Ângulo de enrolamento

R_E – Distância desde o centro do bocal até ao centro da fita de enrolamento

R_α – Raio da seção transversal

Contudo, este método encontra-se limitado a reservatórios que possuam aberturas com o mesmo raio.

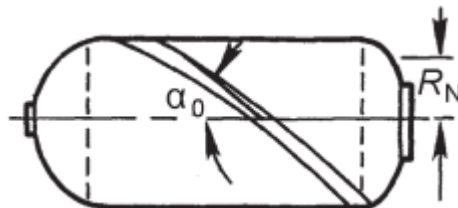


Figura 2.10 - Representação esquemática de enrolamento helicoidal geodésico modificado (figura adaptada de [4])

Para reservatórios com aberturas de raios diferentes (Fig. 2.10) o ângulo de enrolamento ao longo do corpo cilíndrico é arbitrário; no entanto, pode-se calcular um ângulo em função dos raios de abertura [4]:

$$\alpha'_0 = \sin^{-1} \left(\frac{R_E \left(1 - C \left(\frac{R_N - R_E}{R - R_E} \right) \right)}{R_N} \right) \quad (2-14)$$

Sendo:

α'_0 – Ângulo de enrolamento

R_E – Distância desde o centro do bocal menor até ao centro da fita de enrolamento

R_N – Distância desde o centro do bocal maior até ao centro da fita de enrolamento

C – Fator de correção

O fato de correção C é calculado pela seguinte expressão:

$$C = \alpha_{CIL} - \alpha_{AFT \text{ ou } FWT} \quad (2-15)$$

$$\alpha_{CIL} = \frac{\alpha_{AFT} + \alpha_{FWT}}{2}, \begin{cases} \alpha_{AFT} = \sin^{-1} \left(\frac{D_A + B_W}{D_{CIL}} \right) \\ \alpha_{FWT} = \sin^{-1} \left(\frac{D_F + B_W}{D_{CIL}} \right) \end{cases} \quad (2-16)$$

Com:

D_A – Diâmetro do bocal maior

D_F – Diâmetro do bocal menor

D_{CIL} – Diâmetro do corpo cilíndrico principal

B_W – Largura da fita de enrolamento

2.3 Materiais Compósitos

Os avanços tecnológicos em vários setores da indústria criaram a necessidade de novos materiais que fossem capazes de suportar e atuar em condições ambientais extremas [6]. Esta situação desencadeou o desenvolvimento de novos materiais que satisfizessem as novas necessidades tecnológicas. É neste contexto que os materiais compósitos começaram a ser objeto de estudo por parte de várias entidades, tendo sido rapidamente expandida a sua

utilização para vários setores da indústria. Estritamente falando, a ideia de material compósito não é nova ou recente. Existem vários exemplos na natureza, como por exemplo a madeira onde fibras de celulose se encontram incorporados em uma matriz lignina [7], e na história da humanidade, existem relatos proveniente da Antiguidade de tijolos fabricados de barro e reforçados com palha [8].

Um material compósito é definido como um material estrutural constituído pela combinação de dois ou mais materiais que resultam num material com melhores propriedades do que as verificadas em cada material individualmente. Os constituintes são combinados a um nível macroscópico, não sendo solúveis uns nos outros, e retêm as suas propriedades originais. A vantagem dos materiais compósitos é a exibição das melhores qualidades dos seus constituintes e qualidades que nenhum deles possui individualmente. Dentro das propriedades que podem ser melhoradas, encontram-se a resistência do material, a rigidez, a resistência à corrosão, etc. Naturalmente, nem todas as propriedades são melhoradas ao mesmo tempo havendo, inclusive, conflito entre algumas delas. O objetivo é criar um material que possua as características necessárias para desempenhar determinadas tarefas. Na figura 2.11comparam-se algumas das principais propriedades entre materiais convencionais e materiais compósitos.

Um material compósito é composto, normalmente, por dois constituintes sendo um deles denominado por reforço ou fibra e o outro por matriz.

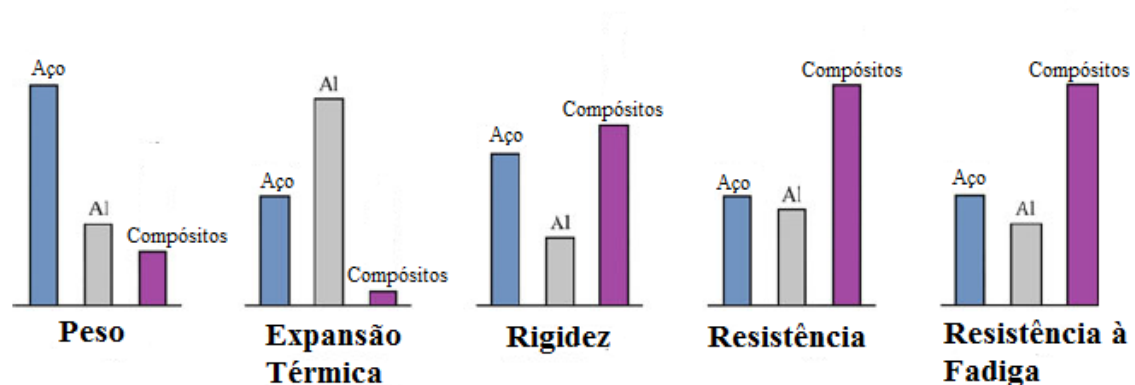


Figura 2.11–Comparação de propriedades entre materiais convencionais e materiais compósitos (figura adaptada de [7])

2.3.1 Reforço

O reforço tem como objetivo aumentar as propriedades mecânicas do material compósito. Por norma proporciona a maior parte da resistência e da rigidez a um material compósito sendo, em muitos casos, muito mais resistente e rígido do que o material da matriz. Em materiais compósitos cujo reforço é feito por fibras, as propriedades mecânicas do material são influenciadas maioritariamente pelas propriedades mecânicas das fibras. A contribuição das

fibras depende de quatro fatores principais: as propriedades mecânicas da própria fibra, a superfície de interação da fibra com a resina (“interface”), a quantidade de fibra no material compósito (“fração volúmica de fibra”) e a orientação das fibras [9].

As fibras de um material compósito são caracterizadas pela proporção entre o seu comprimento e o seu diâmetro (L/d). Dependendo do valor desta proporção, as fibras podem ser classificadas como contínuas, para grandes valores de L/d , ou descontínuas, para baixos valores de L/d . Dentro do material compósito, as fibras contínuas possuem uma orientação preferencial, ao passo que as fibras descontínuas possuem geralmente uma orientação aleatória. As fibras contínuas são, normalmente, arrançadas em laminados, entendido como o conjunto de camadas de fibras contínuas empilhadas (denominadas de laminas) e com diferentes orientações, de modo a se obter a resistência, rigidez, etc. desejadas, e valores máximos de fração volúmica de fibra na ordem dos 60%-70%. O valor do volume de fibra dita as propriedades mecânicas verificadas num material compósito, sendo que, por norma, quanto maior for a fração volúmica de fibra melhores serão as propriedades mecânicas do material compósito resultante. No entanto, existe um valor limite de 70% para o volume de fibra [10]. Isto porque, para valores de percentagem de fibra mais altos, não existe material de matriz suficiente para garantir um suporte conveniente das fibras.

A principal característica da fibra, responsável pela alta resistência dos compósitos, é o seu pequeno diâmetro [10]. Este facto é explicado pela teoria da Mecânica de Sólidos e do Comportamento Mecânico dos Materiais que dizem que a resistência de um material depende dos defeitos inerentes ao material. Se fosse possível remover estes defeitos, seria possível aumentar a resistência do material, sendo este o fenómeno que acontece quando se diminui o diâmetro das fibras (Fig. 2.12). O fabrico de fibras com diâmetros cada vez mais pequenos diminui a probabilidade de aparecimento de defeitos no material. No entanto, existe uma desvantagem bastante importante que acompanha a diminuição do diâmetro: o aumento do seu custo de fabricação [10]. Para além do referido, a diminuição do diâmetro da fibra também possibilita o melhoramento da ductilidade, tenacidade e transferência de carregamento da matriz para a fibra [8], uma vez que as características enunciadas podem ser melhoradas com o aumento da interface entre a fibra e a matriz, as quais podem ser conseguidas, para o mesmo valor de fração volúmica de fibra, através da diminuição do diâmetro.

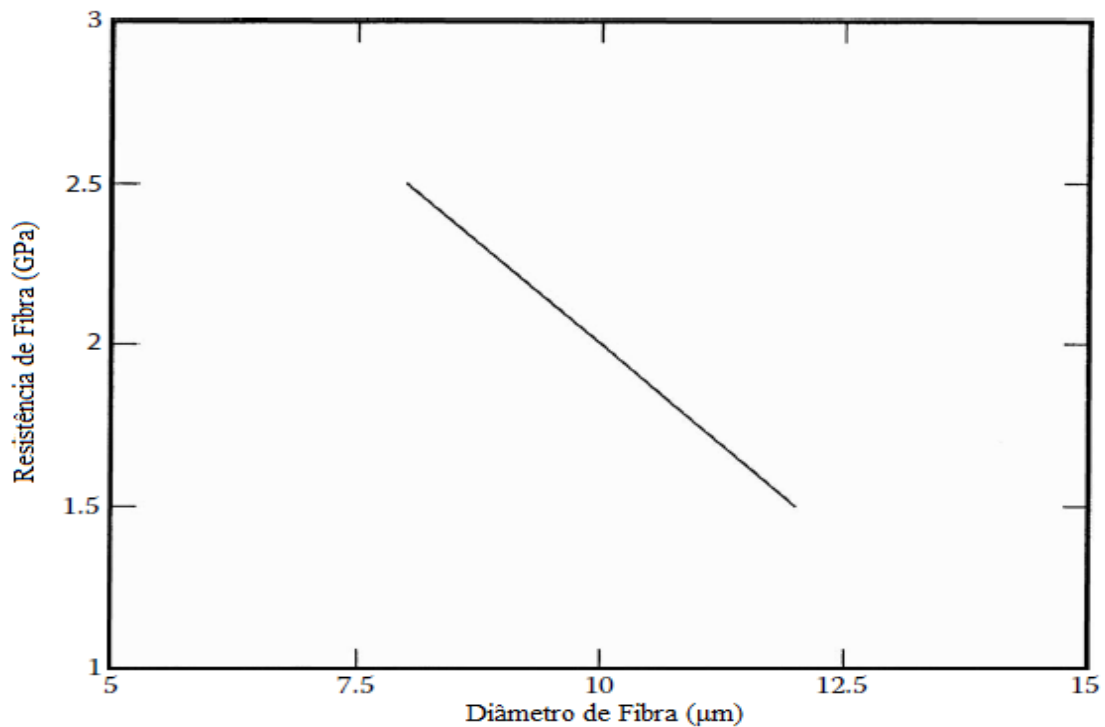


Figura 2.12 - Resistência da fibra em função do seu diâmetro para fibras de carbono (figura adaptada de [8])

Outras características da fibra que influenciam as propriedades mecânicas do material compósito são o seu comprimento, a forma e o material.

Relativamente ao:

Comprimento – as fibras podem ser longas ou curtas. Fibras longas e contínuas são fáceis de ser processadas e orientadas, ao passo que as fibras curtas não podem ser totalmente controladas de modo a obter-se a orientação desejada. As fibras longas possuem, quando comparadas com as fibras curtas, melhor resistência ao impacto, acabamento superficial e estabilidade dimensional. No entanto, as fibras curtas têm um custo menor e tempos rápidos de ciclos de fabricação.

Forma – a forma mais comum das fibras é a circular devido à sua fácil produção e manipulação. Existem outros formatos, como por exemplo o quadrado e o hexágono [8]; no entanto, as suas vantagens não compensam as dificuldades da sua produção e manipulação.

Material – o material da fibra influencia diretamente o desempenho mecânico de um compósito. Normalmente é esperado que uma fibra tenha alta resistência e alto módulo de elasticidade.

Fibras de Carbono

O carbono é um elemento muito leve com uma densidade de 2.268 g/cm^3 e pode existir numa variedade enorme de formas cristalinas; no entanto, para o reforço o importante são as chamadas estruturas gráficas onde os átomos estão dispostos em camadas hexagonais [7]. Fibras de carbono propriamente ditas possuem um conteúdo de carbono entre 80-95% ao passo que as fibras de grafite possuem até 99% de carbono. São originadas através de uma de três matérias-primas denominadas de precursores: poliacrilonitrilo (PAN), *pitch* e *rayon* [2]. Embora o processo específico de cada precursor seja diferente, todos sofrem a mesma sequência básica de processo que envolve fiação, estabilização, carbonização e a aplicação de um tratamento térmico opcional chamado de grafitização para melhorar as propriedades da fibra obtidas com a carbonização (Fig. 2.13).

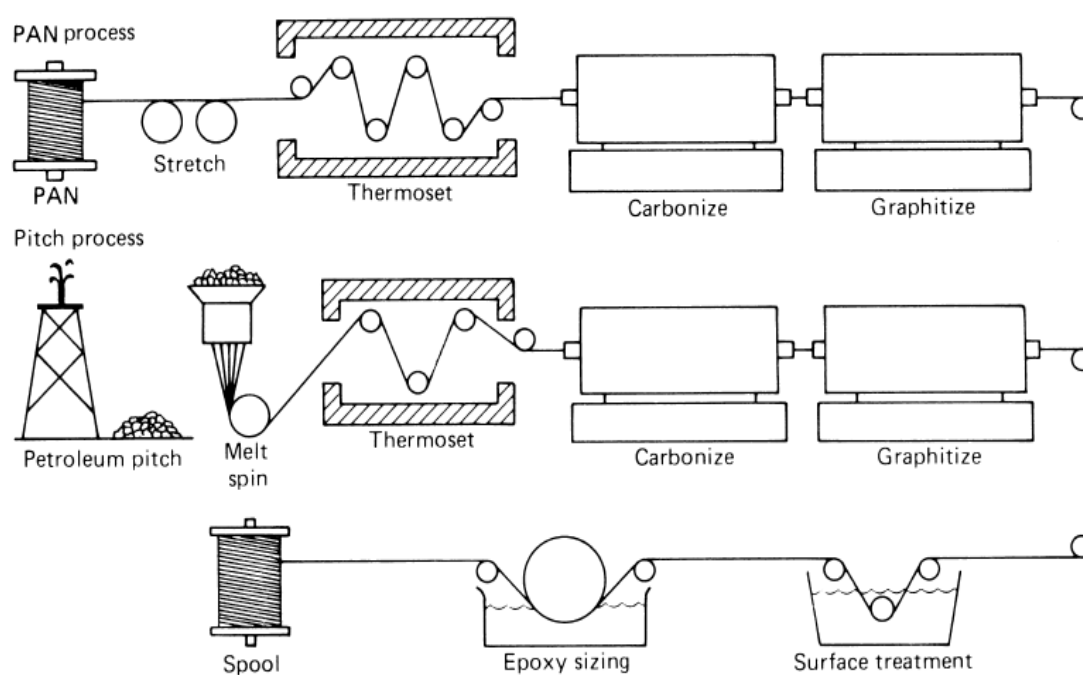


Figura 2.13 – Sequência de processo de criação de fibra de carbono (figura adaptada de [11])

Fibras de Carbono de PAN: A maioria das fibras de carbono utilizadas hoje em dia provém do precursor PAN. A sua manufatura é conseguida ao se enrolar PAN em filamentos utilizando para tal uma variante do processo padrão de fabricação de fibras têxteis. A estabilização envolve o alongamento e o aquecimento, entre $200 \text{ }^{\circ}\text{C}$ e $300 \text{ }^{\circ}\text{C}$, das fibras PAN em uma atmosfera contendo oxigénio. O alongamento durante e depois do enrolamento ajuda a desenvolver a orientação da estrutura molecular responsável pela melhoria da resistência.

A carbonização tipicamente envolve o processo de pirólise entre $1000 \text{ }^{\circ}\text{C}$ e $1500 \text{ }^{\circ}\text{C}$ em uma atmosfera inerte, com um teor de carbono de 95%. O tratamento térmico opcional consiste em

manter a fibra durante um curto espaço de tempo a 3000 °C. Durante a carbonização, a fibra encolhe radialmente e perde cerca de 50% do seu peso. A aplicação de um constrangimento ao encolhimento longitudinal ajuda a desenvolver a orientação molecular preferencial, aumentando ainda mais as propriedades mecânicas (Tabela 2.1).

Fibras de Carbono de *pitch*: *Pitch* é uma mistura complexa de hidrocarbonetos e pode ser feita através de petróleo, carvão, asfalto e PVC [11]. Fibras de carbono de *pitch* são bastante atrativas devido ao baixo custo da matéria-prima e alto desempenho da fibra de carbono. É utilizada a mesma sequência de processo que a descrita para fibras de PAN. O processo de fiação envolve forças de corte e alongamento na direção do eixo da fibra e assim se atinge o grau orientação desejado. *Pitches* derivados do petróleo, carvão e asfalto necessitam de um pré-tratamento. No caso do PVC, o pré-tratamento é evitável através de um sistema de degradação térmico de PVC.

Fibras de Carbono de *rayon*: Celulose é um polímero natural frequentemente encontrado em forma de fibra. Uma das primeiras fibras a ser carbonizada foi a fibra de algodão; contudo, ela não é adequada para a fabricação de fibras de carbono com alto módulo de elasticidade devido ao baixo grau de orientação ao longo do seu eixo. Também não se encontra disponível em bandas de filamentos e são bastante caras. Estas dificuldades foram ultrapassadas com o aparecimento das fibras *rayon*. Este precursor é originário de pasta de madeira e é uma matéria-prima barata.

O processo de conversão em fibra de carbono envolve as etapas de fiação, estabilização em uma atmosfera ativa, com ar ou oxigênio e a menos de 400 °C, carbonização em nitrogênio e a uma temperatura de cerca de 1000 °C, e grafitação a uma temperatura de cerca de 2800 °C e sob pressão.

Tabela 2.1 – Propriedades típicas de fibras de carbono em função do precursor (tabela adaptada de [12])

Propriedades	Precursor		
	PAN	Pitch	Rayon
Resistência à tração (MPa)	1925-6200	2275-4060	2070-2760
Módulo de Young (GPa)	230-595	170-980	415-550
Massa volúmica (g/cm ³)	1,77-1,96	2,0-2,2	1,7
Extensão após rotura (%)	0,4-1,2	0,25-0,7	-
Condutividade térmica (W/mk)	20-80	400-1100	-
Diâmetro de fibra (µm)	5-8	10-11	6,5

2.3.2 Matriz

Fibras, devido às suas reduzidas dimensões transversais, não podem sofrer ação direta de carregamentos. Adicionalmente, fibras que atuam sozinhas, não têm capacidade de transmitir carregamentos umas às outras. No entanto, estas limitações são facilmente ultrapassadas ao incorporá-las numa matriz de modo a formar um material compósito. Matrizes podem ser poliméricas, metálicas ou cerâmicas; contudo, atualmente a matriz mais utilizada e também exclusiva do processo de enrolamento filamentar é a matriz polimérica.

Materiais poliméricos são constituídos por cadeias longas ou redes de moléculas orgânicas que formam estruturas não-cristalinas. O que torna as matrizes poliméricas bastante atrativas são as vantagens que elas adicionam ao material compósito, como o seu fácil processamento, associadas ao baixo investimento capital e baixo custo de processamento [13]. No entanto possuem baixa resistência, baixo módulo, um limite de temperatura de operação baixo e degradam se estiverem demasiado tempo exposto a luz ultravioleta ou algum solvente. Consoante a sua estrutura e comportamento podem ser classificados como termoplásticos ou termoendurecíveis.

A matriz mantém as fibras juntas em uma unidade estrutural, mantendo-as alinhadas na direção pretendida. Carregamentos aplicados são então transferidos às fibras através da matriz permitindo que o material compósito suporte esforços de tração, compressão, flexão e corte.

Deve proteger de danos mecânicos, como por exemplo a abrasão, e de ataques ambientais, como por exemplo humidade. Dependendo da qualidade da ligação da interface, a matriz tem também influência em certas propriedades mecânicas do compósito, como a resistência à tracção e módulo transversal, propriedades ao corte e propriedades à compressão; no entanto, normalmente a matriz é a responsável pela limitação da temperatura de serviço do compósito.

Matrizes Termoplásticas

Polímeros termoplásticos são formados por cadeias longas de moléculas orgânicas simples ligadas covalentemente entre si. Estas cadeias de moléculas são denominadas de macromoléculas e são ligadas entre si através de ligações secundárias mais fracas do que as ligações primárias existentes no seio de cada macromolécula. São materiais que ao serem aquecidos adquirem um comportamento semelhante ao de líquidos viscosos. A justificação para este comportamento resulta do facto da energia calorífica que é transferida para o termoplástico provocar a agitação térmica das macromoléculas e estimular o seu movimento relativo. No entanto, depois de arrefecerem conservam a forma adquirida e não sofrem nenhuma transformação química durante o seu processamento.

Se exposto a temperaturas demasiado altas, ou durante um período de tempo demasiado longo, as suas propriedades (Tabela 2.2) podem ser afetadas negativamente. Os polímeros

termoplásticos não necessitam de armazenamento refrigerado, têm virtualmente uma vida útil ilimitada e podem ser reparados pela aplicação de calor por um sem número de vezes.

Tabela 2.2 - Propriedades típicas de algumas matrizes termoplásticas (tabela adaptada de [14])

Propriedades	Matrizes			
	PP	PA	PEI	PEEK
Massa Volúmica (kg/m ³)	900	1100	1250	1300
Módulo de Young (MPa)	1200	2000	3500	4000
Módulo de Elasticidade Transversal (MPa)	-	-	-	-
Coefficiente de Poisson	0,4	0,35	-	-
Resistência à tração (MPa)	30	70	105	90
Extensão após rotura (%)	20-400	200	60	50
Coefficiente de condutividade térmica (W/m°C)	-	-	0,2	0,3

Matrizes Termoendurecíveis

Polímeros termoendurecíveis são materiais que após serem processados, ou seja, deformados e curados, por aquecimento ou reação química, não podem voltar a ser processados, uma vez que isso resultaria em degradação das suas propriedades. Possuem uma estrutura molecular reticulada de ligações primárias covalentes e de ligações cruzadas covalentes que se formam durante o processo de cura através de reações químicas entre moléculas iguais ou diferentes. A irreversibilidade das ligações cruzadas, decorrente da alteração da composição química, impede que se restaure o estado fluido que existia antes da cura e impossibilita a reciclagem deste tipo de polímeros. O encadeamento transversal característico da estrutura em rede é responsável por algumas das propriedades mecânicas mais significativas: estabilidade dimensional, rigidez elevada, ausência de ductilidade e grande fragilidade (Tabela 2.3).

Geralmente o polímero é denominado de resina antes do processo de cura e matriz após o processo de cura. Devido ao fato de possuírem baixa viscosidade, as matrizes termoendurecíveis permitem uma excelente impregnação de fibra e elevadas velocidades de processamento. Dependendo da escolha de catalisador e da reatividade da resina, ciclos de cura podem ter uma duração de minutos ou de horas e podem ser feitos em espaços à temperatura ambiente ou a alta temperatura. O processo de cura não altera as propriedades mecânicas da matriz, mas influencia o tempo de armazenamento e condições de processamento. Após o processo de cura, a matriz torna-se mais espessa, solidifica e encolhe. O encolhimento volumétrico vai depender do tipo de polímero termoendurecível variando de 4% para resinas epoxídicas e 8% para resinas poliéster.

Como a fibra não encolhe, podem surgir tensões internas que por sua vez podem causar falhas, desalinhamento de fibras, rugosidade superficial e inexatidão dimensional.

Tabela 2.3 -Propriedades típicas de algumas matrizes termoendurecíveis (figura adaptada de [14])

Propriedades	Matrizes			
	Epóxy	Fenólica	Poliéster	Viniléster
Massa volúmica (kg/m ³)	1200	1300	1200	1150
Módulo de Young (MPa)	4500	3000	4000	3300
Módulo de Elasticidade Transversal (MPa)	1600	1100	1400	-
Coefficiente de Poisson	0,4	0,4	0,4	-
Resistência à tração (MPa)	130	70	80	75
Extensão após rotura (%)	2 (100°C)	2,5	2,5	4
	3(200°C)			
Coefficiente de condutividade térmica (W/m°C)	0,2	0,3	0,2	-

2.3.3 Interface Fibra-Matriz

Em materiais cujo comportamento mecânico depende do carregamento partilhado por dois ou mais constituintes e onde o trajeto da propagação de fissuras vai ser afetado pelas propriedades mecânicas dos componentes, a maneira como eles aderem uns aos outros torna-se uma consideração importante [15]. Esta ligação determina o quão boa é a transferência do carregamento da matriz para a fibra e, na maioria dos casos, ocorre mais do que um tipo de ligação. Seria errado considerar as fibras e a matriz como os únicos constituintes principais. A interface entre dois sólidos raramente é uma ligação simples, especialmente se estiverem envolvidos processos químicos ou térmicos. Irão ocorrer modificações nas características físicas ou químicas, ou em ambas, até um certo grau que dependerão da natureza física e química da matriz e fibras, que resultarão em uma região de espessura variada, com propriedades diferentes dos componentes principais. Esta região, denominada de interface, é importante por determinar a maneira como os esforços são transmitidos da matriz para as fibras e, consequentemente, as propriedades físicas, químicas e mecânicas do próprio compósito. A interface pode ser definida como uma superfície de fronteira entre a fibra e a matriz onde ocorrem descontinuidades em alguns parâmetros, podendo elas ser graduais ou acentuadas dependendo do tipo de interface. Matematicamente, trata-se de uma região bidimensional enquanto que na prática tem-se uma região com uma espessura finita [7].

Ligações químicas ocorrem entre a superfície da fibra e da matriz podendo ocorrer naturalmente ou não. Muitas vezes são adicionados agentes acopladores para formar este tipo de ligação. As ligações mecânicas surgem se a rugosidade natural da superfície da fibra e da matriz assim o permitirem.

Ligações térmicas podem ocorrer se o coeficiente de expansão térmico da matriz for maior que o coeficiente da fibra e se a temperatura de manufatura for maior que a temperatura de operação. Nestas condições, a matriz irá encolher mais do que a fibra causando a sua compressão à volta da fibra.

Ligações de reação ocorrem quando átomos ou moléculas da fibra e da matriz se difundem umas nas outras na interface. Muitas das vezes esta difusão origina uma camada interfacial distinta, a interfase, com propriedades diferentes dos constituintes originais. Embora esta camada ajude na formação de ligações, também origina microfissuras na fibra que reduzem a sua resistência e consequentemente também a do material compósito.

Interfaces fracas ou fraturadas podem causar falhas nos compósitos, reduzir as propriedades influenciadas pela matriz e permitir que riscos ambientais, como humidade ou gases quentes, ataquem as fibras.

2.3.4 Propriedades Gerais de uma Lâmina

No projeto de uma peça de material compósito cabe ao projetista “criar” o material em função dos requisitos funcionais, pois é com base nestes que a matriz, o reforço e o processo de cura são escolhidos [14]. Para além da quantidade de constituintes, é necessário definir também a arquitetura do compósito, tais como a orientação das fibras, as espessuras, etc. Ao contrário dos materiais convencionais, como por exemplo o aço, as propriedades do material compósito podem ser projetadas em conjunto com os aspetos estruturais do projeto.

A lâmina é uma camada típica de um material compósito e representa o bloco fundamental de construção de um compósito [16]. O laminado é uma compilação de lâminas empilhadas de modo a se obter a rigidez e a resistência mecânica desejadas. Adicionalmente, as lâminas são, na maioria dos casos, materiais ortotrópicos, isto é, a sua rigidez é descrita por dois valores completamente distintos, sendo um dos valores correspondente à rigidez segundo a direção das fibras e o outro correspondente à rigidez na direção transversal, a 90° graus em relação à fibra. Simultaneamente, a rigidez na direção transversal às fibras é bastante mais pequena, devido a possuir só contribuição por parte da matriz, do que a rigidez na direção das fibras. Por estas razões, os laminados são, por norma, construídos através do empilhamento sequencial de lâminas (Fig. 2.14) segundo diferentes ângulos, de modo a maximizar o uso da rigidez e outras propriedades mecânicas relevantes das fibras nas várias direções. Como exemplo, um laminado constituído por lâminas orientadas na mesma direção vai ter sempre muito mais rigidez nessa

direção do que um laminado com lâminas orientadas em direções diferentes, tornando-se exclusivamente útil no caso de um carregamento só provocar deformações segundo essa direção. Contudo, na prática, em quase todas as situações, os carregamentos a que os laminados estão sujeitos induzem tensões segundo várias direções.

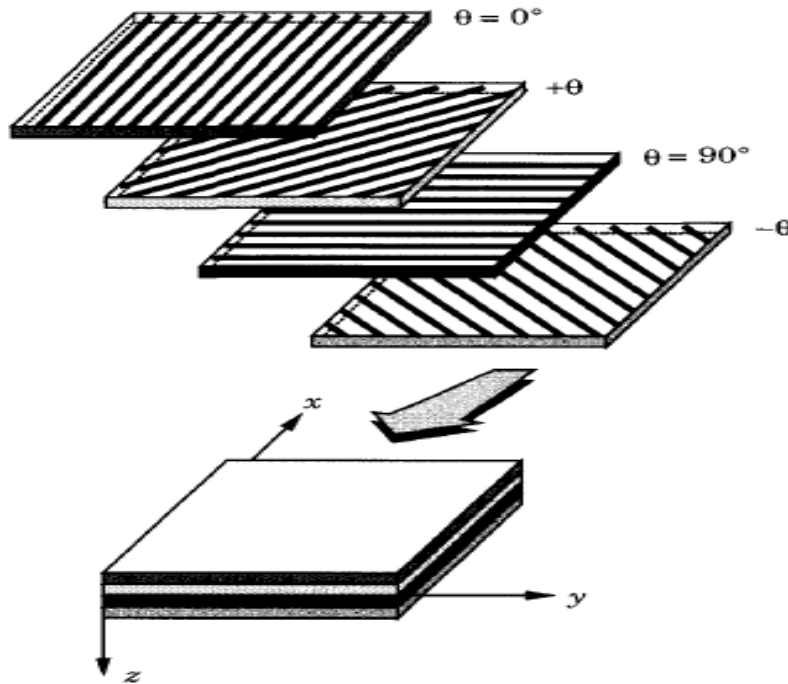


Figura 2.14—Representação esquemática de um laminado e respectivas laminas (figura adaptada de [16])

Conceitos Básicos

Sendo a lâmina o resultado do conjunto de fibra e matriz, torna-se relevante conhecer as suas respectivas frações volúmicas, frações mássicas e massas volúmicas, pois elas irão determinar as propriedades da lâmina.

As frações volúmicas de fibra, V_f , e de matriz, V_m , são definidas, respetivamente, como:

$$\begin{cases} V_f = \frac{\text{Volume de fibra}}{\text{Volume total}} \\ V_m = \frac{\text{Volume de matriz}}{\text{Volume total}} \end{cases} \quad (2-17)$$

Destas duas equações resulta a seguinte expressão:

$$V_f + V_m = 1 \quad (2-18)$$

As frações mássicas de fibra, M_f , e de matriz, M_m , são dadas, respetivamente, por:

$$\begin{cases} M_f = \frac{\text{Massa da fibra}}{\text{Massa total}} \\ M_m = \frac{\text{Massa da matriz}}{\text{Massa total}} \end{cases} \quad (2-19)$$

De ambas as equações resulta o seguinte resultado:

$$M_f + M_m = 1 \quad (2-20)$$

É possível converter a fração volúmica em fração mássica e vice-versa. Se ρ_f e ρ_m forem as massas volúmicas da fibra e da matriz, respetivamente, tem-se:

$$\begin{cases} V_f = \frac{\frac{M_f}{\rho_f}}{\frac{M_f}{\rho_f} + \frac{M_m}{\rho_m}} \\ M_f = \frac{V_f \rho_f}{V_f \rho_f + V_m \rho_m} \end{cases} \quad (2-21)$$

A massa volúmica de uma lâmina é dada pela seguinte expressão:

$$\rho = \frac{\text{Massa total}}{\text{Volume total}} \quad (2-22)$$

E através da expansão da equação 2-22 chega-se ao seguinte resultado:

$$\rho = \rho_f V_f + \rho_m V_m \quad (2-23)$$

Propriedades Elásticas

As propriedades elásticas de uma lâmina podem ser obtidas a partir das características dos seus constituintes e utilizando para tal a teoria da mecânica dos materiais. Existem fórmulas teóricas para se determinar estas propriedades que nem sempre coincidem com valores experimentais e uma das razões é o fato de as fibras exibirem algum grau de anisotropia (Fig. 2.15-2.17). A aproximação teórica é feita com base na *ROM (Rule of Mixtures)*, onde as propriedades do material resultam de uma média ponderada dos módulos da fibra e da matriz e nos seguintes pressupostos: a existência de uma ligação perfeita entre a fibra e a matriz, de as fibras estarem paralelas e uniformemente distribuídas, de a matriz se encontrar sem poros, vazios e microfissuras, de ambas as fibras e matriz serem materiais isotrópicos e de se regerem pela lei de Hooke.

O Módulo de Young longitudinal, ou seja, segundo a direção das fibras é dado por:

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (2-24)$$

Na prática este módulo vai depender muito mais do módulo longitudinal da fibra porque $E_m \ll E_f$.

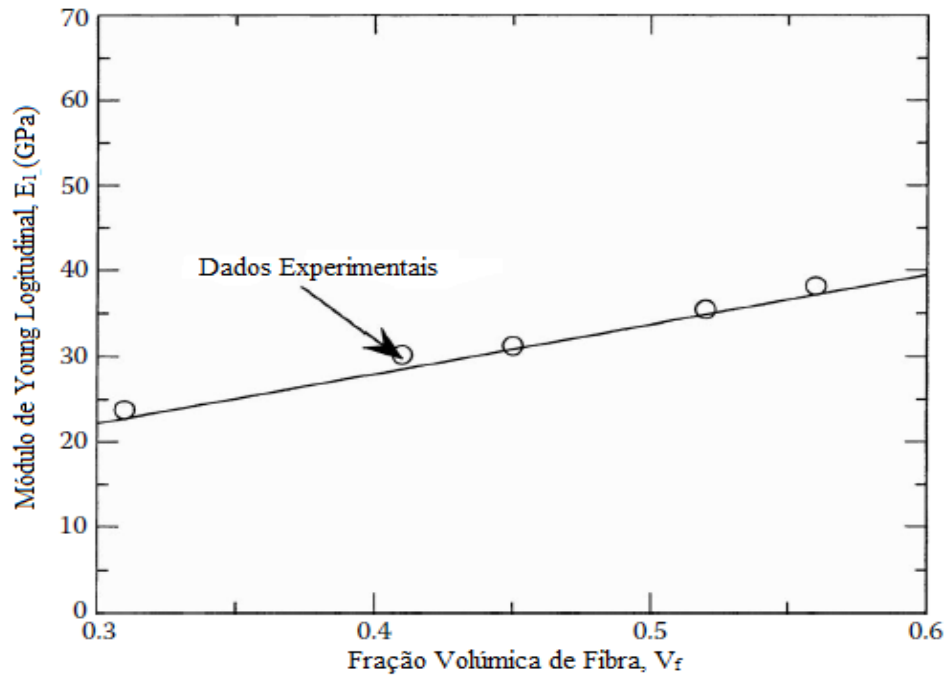


Figura 2.15 - Comparação entre o Módulo de Young longitudinal teórico em função da fração volúmica de fibra e dados experimentais (figura adaptada de [8])

O Módulo de Young transversal, segundo a direção transversal às fibras, é calculado através da seguinte expressão:

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{V_f E_m + V_m E_f} \quad (2-25)$$

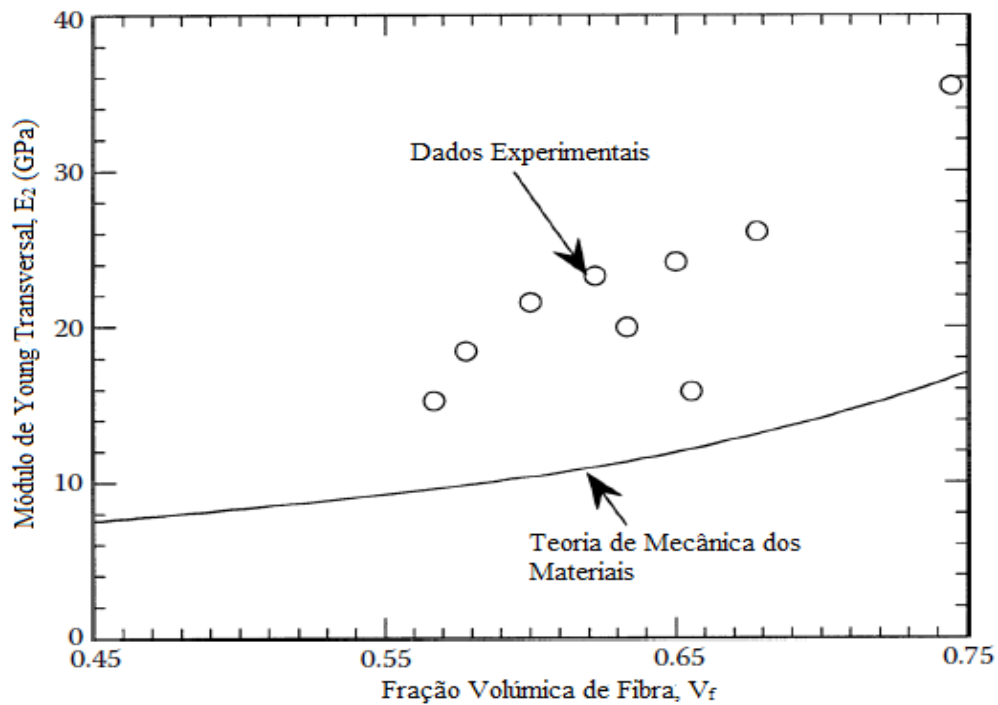


Figura 2.16 - Comparação entre o Módulo de Young transversal teórico em função da fração volúmica de fibra e dados experimentais (figura adaptada de [7])

O coeficiente de Poisson representa a contração na direção transversal quando a lâmina é submetida a carregamento de tensão segundo a direção longitudinal e é calculado através da seguinte expressão:

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \quad (2-26)$$

O módulo de elasticidade transversal é dado pela seguinte expressão:

$$G_{12} = \frac{G_f G_m}{V_f G_m + V_m G_f} \quad (2-27)$$

G_f e G_m representam, respetivamente, o módulo de elasticidade transversal da fibra e da matriz e são dados, respetivamente, por:

$$\begin{cases} G_f = \frac{E_f}{2(1 + \nu_f)} \\ G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} \end{cases} \quad (2-28)$$

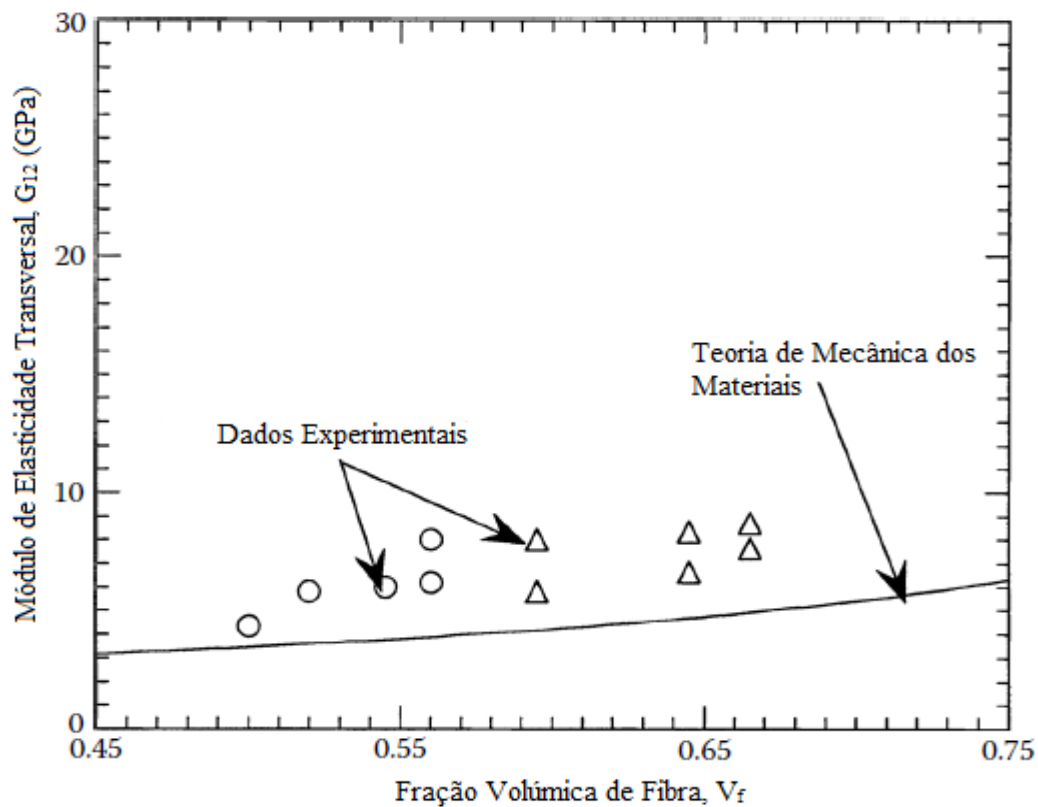


Figura 2.17 - Comparação entre o módulo de elasticidade transversal teórico em função da fração volumétrica de fibra e dados experimentais (figura adaptada de [7])

O módulo de Young ao longo de qualquer direção, que não a longitudinal ou a transversal, é dado pela seguinte expressão:

$$E_x = \frac{1}{\frac{c^4}{E_1} + \frac{s^4}{E_2} + 2c^2s^2 \left(\frac{1}{2G_{12}} - \frac{\nu_{12}}{E_2} \right)} \quad (2-29)$$

onde c e s representam, respectivamente, $\cos \theta$ e $\sin \theta$ (Fig.2.18). De notar que este módulo decresce rapidamente à medida que se afasta da direção da fibra, como se pode constatar na figura seguinte.

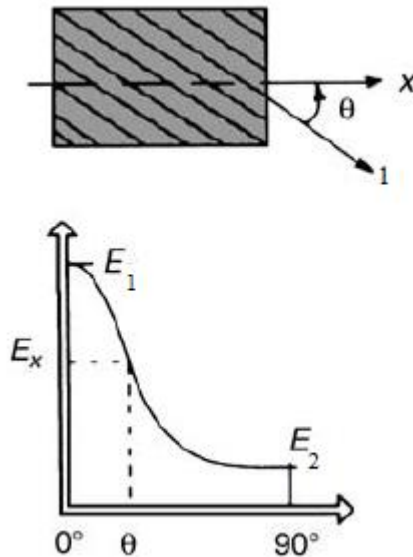


Figura 2.18–Variação do módulo de Young com a orientação da fibra (figura adaptada de [14])

De entre as propriedades apresentadas, as que originam boas aproximações são o Módulo de Young longitudinal e o coeficiente de Poisson principal. Já o Módulo de Young transversal e o Módulo de elasticidade transversal apresentam algumas discrepâncias face a dados experimentais (Fig. 2.16, 2.17).

Equações de Halpin-Tsai

Devido ao problema de existirem fórmulas teóricas com resultados pouco satisfatórios para fazer a previsão das propriedades mecânicas da lâmina, estabeleceu-se a necessidade de arranjar melhores técnicas de modelação. Estas técnicas incluíram métodos numéricos, método de elementos finitos, soluções de elasticidade, etc. No entanto, estes modelos só se apresentam através de fórmulas matemáticas complexas ou gráficos. Devido a estas dificuldades, desenvolveram-se modelos semi-empíricos para fins de projeto. De entre os modelos disponíveis, os mais úteis são as equações de Halpin-Tsai por poderem ser utilizadas sobre uma variedade enorme de propriedades elásticas e frações volúmicas de fibra.

Para o Módulo de Young longitudinal e coeficiente de Poisson principal as equações 2-24 e 2-26 mantêm-se iguais.

Quanto ao Módulo de Young transversal este passa a ser dado por [13]:

$$E_2 = E_m \left(\frac{1 + \zeta \eta V_f}{1 - \eta V_f} \right) \quad (2-30)$$

Com:

$$\eta = \frac{\left(\frac{E_f}{E_m} \right) - 1}{\left(\frac{E_f}{E_m} \right) + \zeta} \quad (2-31)$$

O termo ζ é denominado de fator de reforço e depende da geometria da fibra, geometria do conjunto fibra-matriz e condições de carregamento. Halpin e Tsai obtiveram os valores do fator ζ ao ajustar as equações 2-30 e 2-31 com soluções obtidas das soluções elásticas e chegaram à conclusão que para fibras circulares $\zeta = 2$ permitia obter relativamente bons resultados (Fig. 2.19).

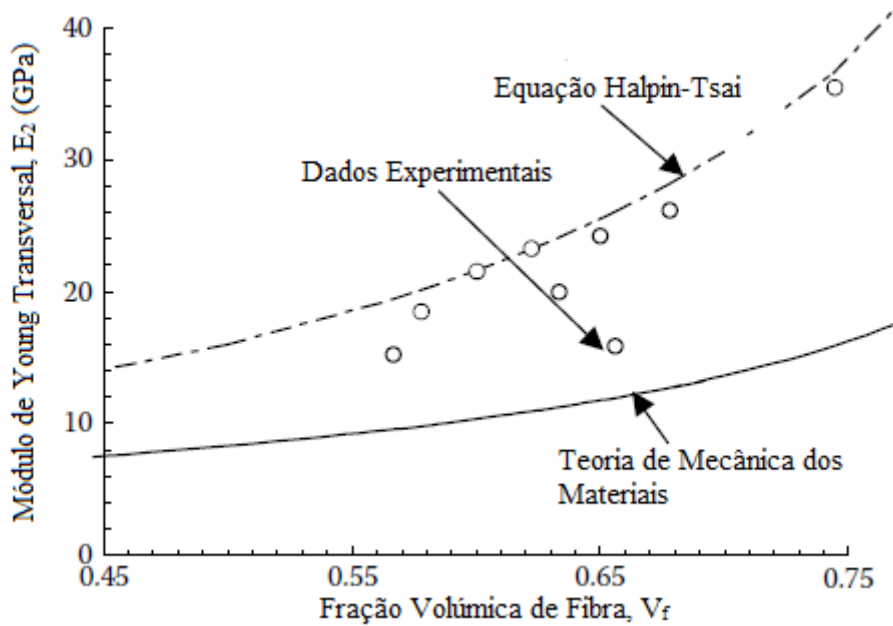


Figura 2.19 - Comparação entre a curva do módulo de Young transversal teórica e curva do módulo de Young transversal de Halpin-Tsai em função da fração volúmica de fibra com dados experimentais (figura adaptada de [8])

O módulo de elasticidade transversal, segundo Halpin-Tsai, é calculado pela seguinte expressão [13]:

$$G_{12} = G_m \left(\frac{1 + \zeta \eta V_f}{1 - \eta V_f} \right) \quad (2-35)$$

Com:

$$\eta = \frac{\left(\frac{G_f}{G_m}\right) - 1}{\left(\frac{G_f}{G_m}\right) + \zeta} \quad (2-36)$$

Tal como para o Módulo de Young transversal, neste caso ζ também é um fator que depende da geometria da fibra, geometria do conjunto fibra-matriz e das condições de carregamento. No entanto, para este módulo Halpin e Tsai determinaram que para fibras circulares, $\zeta = 1$ apresentava bons resultados. Adicionalmente, Hewitt e Malherbe verificaram que só se obtinham bons resultados para frações volúmicas de fibra até 0,5 e sugeriram, ao invés de se utilizar o valor de $\zeta = 1$ sugerido por Halpin e Tsai, a utilização da seguinte equação [17]:

$$\zeta = 1 + 40V_f^{10} \quad (2-37)$$

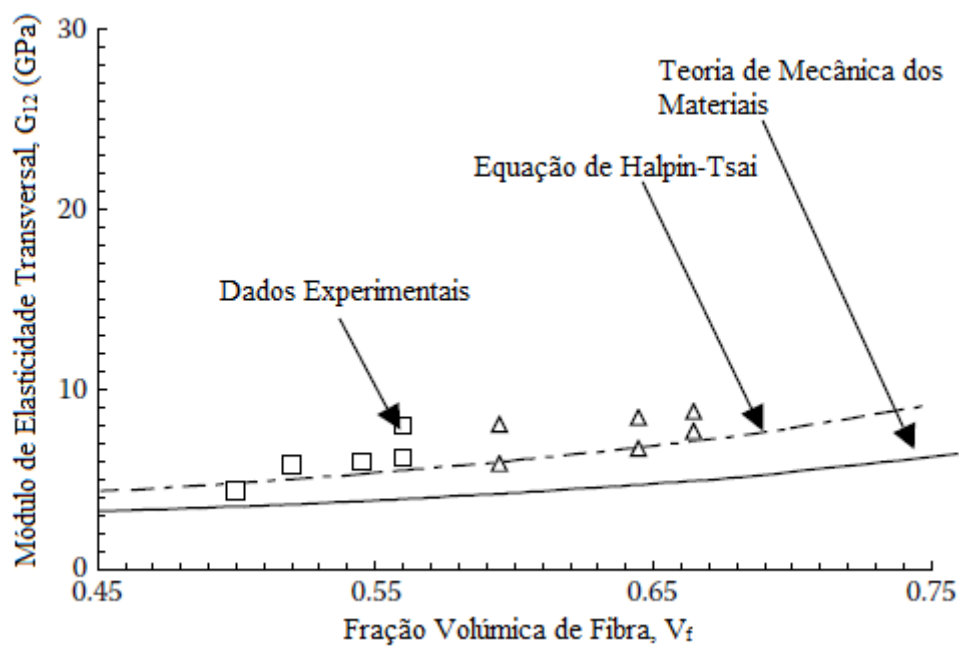


Figura 2.20 - Comparação entre a curva do módulo de elasticidade transversal teórica e curva do módulo de elasticidade transversal de Halpin-Tsai em função da fração volúmica de fibra com dados experimentais (figura adaptada de [8])

2.3.5 Relação Tensão-Extensão em uma Lâmina em Estado Plano de Tensão

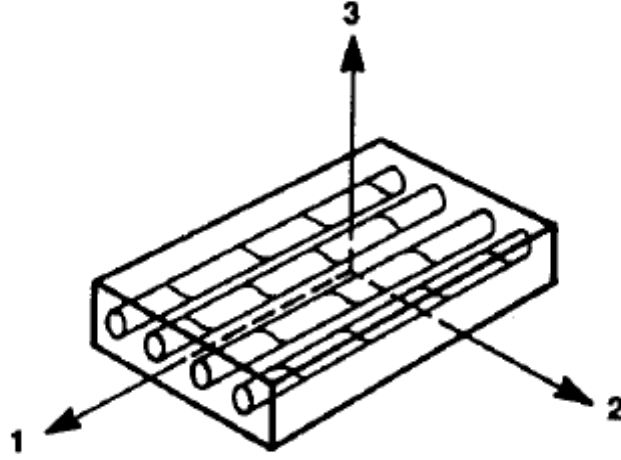


Figura 2.21 - Lâmina Unidirecional (figura adaptada de [17])

Na figura 2-21 encontra-se uma representação de lâmina unidirecional. Assume-se estado plano de tensão se a lâmina for fina e estiver livre de carregamentos fora do plano 1-2. Se as faces superior e inferior não estiverem submetidas a ações de carregamentos exteriores obtêm-se $\sigma_3 = 0, \tau_{31} = 0, \tau_{23} = 0$ que origina as seguintes condições:

$$\begin{cases} \varepsilon_3 = S_{13}\sigma_1 + S_{23}\sigma_2 \\ \gamma_{23} = \gamma_{31} = 0 \end{cases} \quad (2-38)$$

A extensão ε_3 , não sendo uma extensão independente, mas dada em função das outras duas extensões ε_1 e ε_2 , pode ser omitida da relação tensão-extensão para um material ortotrópico em estado plano de tensão. Assim, para um problema em estado plano de tensão de um material ortotrópico, a relação tensão-extensão é estabelecida como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (2-39)$$

Nesta relação S_{ij} ($i, j = 1, 2, 6$) são elementos da matriz *compliance* $[S]$ (Rigidez) dados por:

$$\begin{cases} S_{11} = 1/E_1 \\ S_{22} = 1/E_2 \\ S_{12} = -\nu_{12}/E_1 \\ S_{66} = 1/G_{12} \end{cases} \quad (2-40)$$

onde E_1 e E_2 são, respetivamente, o Módulo de Young nas direções da fibra e transversal, ν_{12} o coeficiente de Poisson e G_{12} o módulo de elasticidade transversal. Adicionalmente, as características enunciadas ainda satisfazem a seguinte condição:

$$E_1\nu_{21} = E_2\nu_{12} \quad (2-41)$$

A equação 2-39 pode ser invertida de modo a se obter a relação tensão-extensão na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2-42)$$

onde Q_{ij} ($i, j = 1, 2, 6$) são elementos da matriz dos coeficientes de rigidez reduzidos $[Q]$. Esta nova matriz encontra-se relacionada com matriz $[S]$ da seguinte forma:

$$\begin{cases} Q_{11} = \frac{S_{22}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} \\ Q_{22} = \frac{S_{11}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} \\ Q_{12} = -\frac{S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} \\ Q_{66} = \frac{1}{S_{66}} \end{cases} \quad (2-43)$$

2.3.6 Teoria Clássica dos Laminados (CLT)

Sendo possível a existência de fibras com orientações diferentes dentro de um laminado, tendo cada um o seu próprio sistema de coordenadas $1-2$, torna-se conveniente descrever o comportamento da lâmina em relação a um sistema de coordenadas, mais concretamente o sistema de coordenadas $x-y$ do laminado (Fig. 2.22).

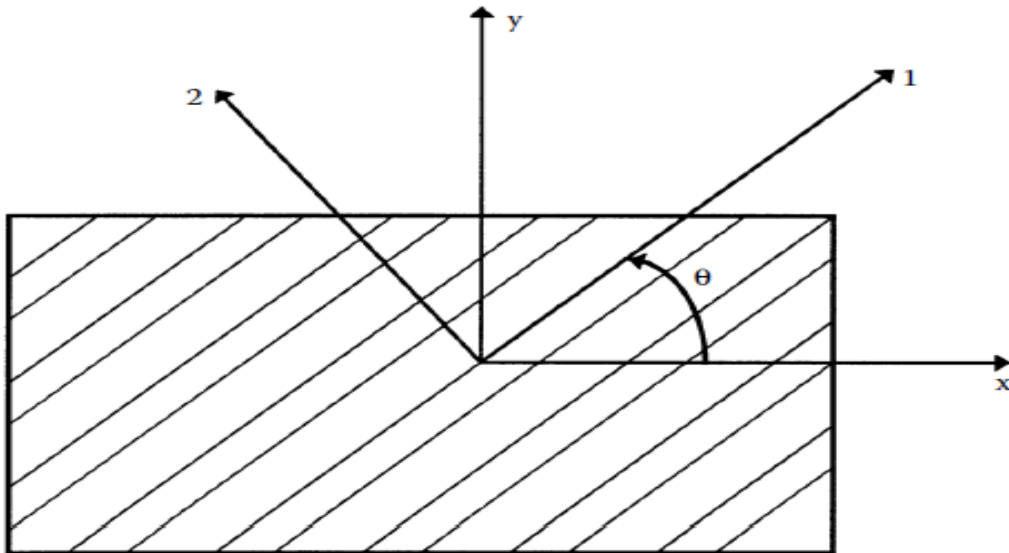


Figura 2.22 - Eixos locais e globais numa lamina com ângulo (figura adaptada de [8])

Na figura 2-22 encontra-se representada uma lâmina com ângulo θ cujos os eixos locais 1-2 não são coincidentes com os eixos globais x-y. Os eixos de coordenadas estão relacionados entre si através do ângulo θ da lâmina:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (2-44)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{bmatrix} \quad (2-45)$$

Com $[T]^{-1}$, inverso da matriz de transformação, dado por:

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & -2sc \\ s^2 & c^2 & 2sc \\ sc & -sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (2-46)$$

Sendo $c = \cos\theta$ e $s = \sin\theta$. Utilizando a equação 2-42, expressa em função dos eixos locais, a equação 2-44 pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1}[Q] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2-47)$$

As extensões locais e globais também estão relacionadas através da matriz de transformação da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{bmatrix} \quad (2-48)$$

Com $[T]$, matriz de transformação, dado por:

$$[T] = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (2-49)$$

Através da utilização da matriz Reuter $[R]$ [ref]:

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2-50)$$

pode-se reescrever a equação 2-48 da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = [R][T][R]^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-51)$$

Substituindo a equação 2-51 na equação 2-47 obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1}[Q][R][T][R]^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-52)$$

Efetuada a multiplicação das primeiras cinco matrizes do lado direito da equação 2-52 obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-53)$$

onde \bar{Q}_{ij} são elementos da matriz dos coeficientes de rigidez reduzidos transformada $[\bar{Q}]$ e dados por [8]:

$$\begin{cases} \bar{Q}_{11} = Q_{11}c^4 + Q_{22}s^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})s^2c^2 \\ \bar{Q}_{22} = Q_{11}s^4 + Q_{22}c^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})s^2c^2 \\ \bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})s^2c^2 + Q_{66}(s^4 + c^4) \\ \bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})s^2c^2 + Q_{12}(c^4 + s^4) \\ \bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})c^3s - (Q_{12} - Q_{22} - 2Q_{66})s^3c \\ \bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})cs^3 - (Q_{12} - Q_{22} - 2Q_{66})sc^3 \end{cases} \quad (2-54)$$

Invertendo a equação 2-53 obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-55)$$

onde \bar{S}_{ij} são elementos da matriz *compliance* reduzida transformada $[\bar{S}]$ dados por:

$$\begin{cases} \bar{S}_{11} = S_{11}c^4 + S_{22}s^4 + (2S_{12} + S_{66})s^2c^2 \\ \bar{S}_{22} = S_{11}s^4 + S_{22}c^4 + (2S_{12} + S_{66})s^2c^2 \\ \bar{S}_{66} = 2(2S_{11} + 2S_{22} - 4S_{12} - S_{66})s^2c^2 + S_{66}(s^4 + c^4) \\ \bar{S}_{12} = S_{12}(s^4 + c^4) + (S_{11} + S_{22} - S_{66})s^2c^2 \\ \bar{S}_{16} = (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66})sc^3 - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{66})s^3c \\ \bar{S}_{26} = (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66})s^3c - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{66})sc^3 \end{cases} \quad (2-56)$$

Através da análise das equações 2-53 e 2-54 é possível concluir que numa lâmina unidirecional não ocorre acoplamento entre os termos normal e de corte das tensões e extensões em caso de carregamento na direção de um dos seus eixos. No entanto, para uma lâmina colocado com um determinado ângulo existe acoplamento entre os termos normal e de corte das tensões e extensões, devido aos termos \bar{Q}_{16} e \bar{Q}_{26} serem diferentes de zero caso o ângulo da lâmina seja diferente de 0° ou 90° .

Através do uso destas equações é possível estudar o comportamento mecânico de uma lâmina.

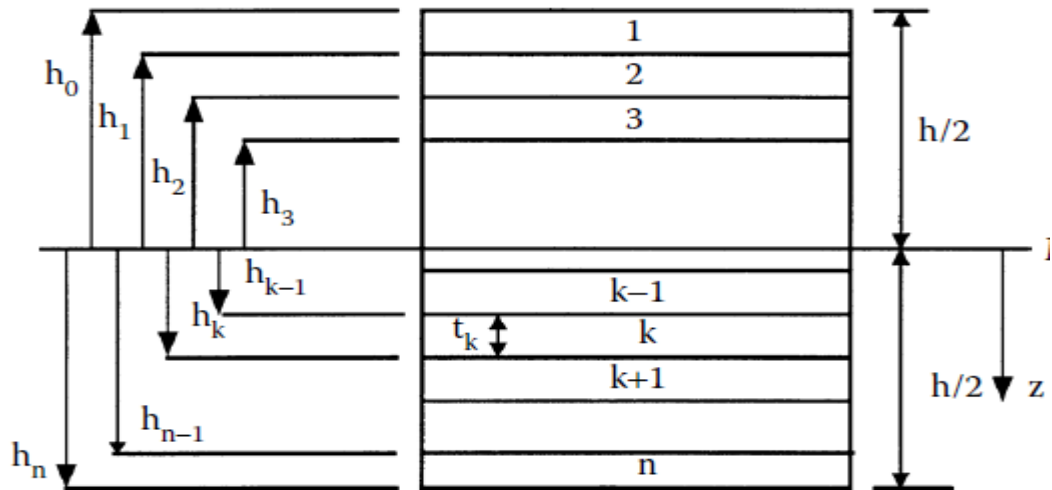


Figura 2.23 – Representação esquemática de um laminado (figura adaptada de [8])

Num laminado (Fig. 2.23) as tensões e extensões podem não variar linearmente embora em uma lâmina estas variações sejam lineares. Isto porque na relação tensão-extensão de uma lâmina inserida em um laminado, que se pode observar na equação 2-57, a matriz $[\bar{Q}]$ pode variar de lâmina para lâmina.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-57)$$

Na equação (2-57) o termo ε^0 é referente à extensão do plano médio do laminado, κ é referente à curvatura do plano médio e z é a distância desde o plano médio do laminado até à altura da lâmina que se pretende estudar. As características do plano médio também podem ser utilizadas para se calcular as extensões num qualquer plano através da seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-58)$$

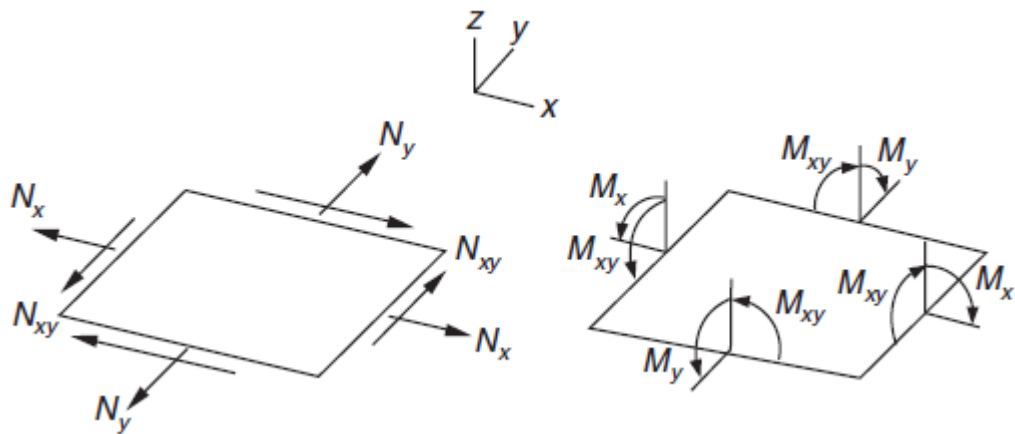


Figura 2.24 - Representação de forças e momentos em um laminado

As forças e os momentos aplicados em um laminado (Fig. 2.24) podem ser calculados ou utilizados para calcular um ou vários parâmetros através da seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-59)$$

com os termos A_{ij} , B_{ij} e D_{ij} são definidos da seguinte forma:

$$A = \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (h_k - h_{k-1}), i = 1, 2, 6; j = 1, 2, 6 \quad (2-60)$$

$$B = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (h_k^2 - h_{k-1}^2), i = 1, 2, 6; j = 1, 2, 6 \quad (2-61)$$

$$D = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (h_k^3 - h_{k-1}^3), i = 1, 2, 6; j = 1, 2, 6 \quad (2-62)$$

A matriz $[A]$ é denominada de matriz de rigidez e relaciona as tensões normais e de corte com as extensões normais e a distorção.

A matriz $[B]$ é a matriz de acoplamento de rigidez. Os seus termos relacionam as extensões de flexão (curvatura das lâminas) com as tensões normais e vice-versa. Os termos B_{16} e B_{26} relacionam extensões de torção com tensões normais e distorções com tensões de flexão. Em caso de matriz simétrica, os termos desta matriz vão ser espelhados, ou seja, os termos da matriz $[B]$ de uma lâmina abaixo do plano médio vão ser iguais aos termos da lâmina de posição correspondente acima do plano médio.

A matriz $[D]$ é a matriz de rigidez de flexão e relaciona a quantidade de curvatura da lâmina com os momentos de flexão.

Geralmente os laminados são projetados de modo a serem simétricos [18].

2.3.7 Teorias de Falha

A falha de um elemento estrutural ocorre quando este deixa de realizar a função pretendida. A falha de um material compósito pode ocorrer sob tração, à compressão ou ao corte e de várias maneiras, tais como falha na fibra, falha na matriz ou separação das lâminas, etc. É difícil incorporar todos estes modos de falha em um projeto e a alternativa proposta para este problema passa pela utilização de critérios de falha empíricos, similares aos utilizados em materiais metálicos, mas adaptados para materiais compósitos.

Estes critérios comparam as tensões num material, induzidas por um carregamento, com as tensões limite do material. De notar que a validação e ajustamento destes critérios de falha é feita por experimentação e, para além de calcular a falha do material, um critério também pode servir para calcular e estabelecer limites de segurança (ao falhar a primeira lâmina, isto não indica necessariamente a falha de todo o laminado) e determinar as direções apropriadas que as fibras têm de possuir para resistir aos carregamentos actuantes.

A resistência de um laminado está associada à resistência individual de cada lâmina. Isto permite obter um método simples e económico para averiguar a resistência de um laminado. Foram desenvolvidas várias teorias para o estudo de falha de lâminas, sendo estas teorias normalmente baseadas nas resistências normais e de corte de lâminas unidireccionais.

Teoria de Falha da Tensão Máxima

As tensões que atuam numa lâmina são decompostas em tensão normal e tensão de corte. A falha ocorre caso alguma das tensões normal (de tração ou de compressão) ou de corte na direção principal da lâmina atinja ou supere o valor da tensão máxima admissível da lâmina unidirecional (2-63 a 2-65).

$$-(\sigma_1^C)_{ult} < \sigma_1 < (\sigma_1^T)_{ult} \quad (2-63)$$

$$-(\sigma_2^C)_{ult} < \sigma_2 < (\sigma_2^T)_{ult} \quad (2-64)$$

$$-(\tau_{12})_{ult} < \tau_{12} < (\tau_{12})_{ult} \quad (2-65)$$

Teoria de Falha da Extensão Máxima

Nesta teoria a falha ocorre se as extensões normal e de corte nas direções principais de uma lâmina forem iguais ou superiores às correspondentes extensões máximas admissíveis para uma lâmina unidirecional. Dadas as extensões/tensões numa lâmina é possível encontrar as extensões nas direções principais.

A falha na lâmina ocorre se alguma das seguintes condições for violada:

$$-(\varepsilon_1^C)_{ult} < \varepsilon_1 < (\varepsilon_1^T)_{ult} \quad (2-66)$$

$$-(\varepsilon_2^C)_{ult} < \varepsilon_2 < (\varepsilon_2^T)_{ult} \quad (2-67)$$

$$-(\gamma_{12})_{ult} < \gamma_{12} < (\gamma_{12})_{ult} \quad (2-68)$$

Teoria de Falha Tsai-Hill

A energia de deformação num corpo sólido pode dividir-se em energia de deformação devido à mudança no volume, e energia de distorção, devido à mudança de forma. Hill adaptou o

critério de energia de distorção de Von Mises para materiais anisotrópicos. Depois Tsai adaptou, o resultado obtido por Hill para lâminas unidirecionais.

Baseado na teoria da energia de distorção, Tsai propôs que a não ocorrência de falha na lâmina dependesse da seguinte condição [8]

$$(G_2 G_3) \sigma_1^2 + (G_1 G_3) \sigma_2^2 + (G_1 G_2) \sigma_3^2 - 2G_3 \sigma_1 \sigma_2 - 2G_2 \sigma_1 \sigma_3 - 2G_1 \sigma_2 \sigma_3 + 2G_4 \tau_{23}^2 + 2G_5 \tau_{13}^2 + 2G_6 \tau_{12}^2 < 1 \quad (2-69)$$

Caso o valor calculado pela expressão (2-69) seja maior ou igual a 1, ocorrerá falha na lâmina. Os parâmetros G_1 , G_2 , G_3 , G_4 , G_5 e G_6 dependem das tensões limite e são calculadas do seguinte modo:

- Aplicando $\sigma_1 = (\sigma_1^T)_{ult}$ a uma lâmina unidirecional ela irá entrar no modo de falha. A equação (2-69) reduz-se a:

$$(G_2 + G_3)(\sigma_1^T)_{ult}^2 = 1 \quad (2-70)$$

- Aplicando $\sigma_2 = (\sigma_2^T)_{ult}$ a uma lâmina unidirecional ela irá entrar no modo de falha. A equação (2-69) reduz-se a:

$$(G_1 + G_3)(\sigma_2^T)_{ult}^2 = 1 \quad (2-71)$$

- Aplicando $\sigma_3 = (\sigma_3^T)_{ult}$ a uma lâmina unidirecional e assumindo que o valor da tensão limite à tração é igual nas direções 2 e 3 ela irá entrar no modo de falha. A equação (2-71) reduz-se a:

$$(G_1 + G_2)(\sigma_3^T)_{ult}^2 = 1 \quad (2-72)$$

- Aplicando $\tau_{12} = (\tau_{12})_{ult}$ a uma lâmina unidirecional ela irá entrar no modo de falha. A equação (2-69) reduz-se a:

$$2G_6(\tau_{12})_{ult}^2 = 1 \quad (2-73)$$

Através da manipulação das equações apresentadas, é possível definir os parâmetros G [ref]:

$$\left\{ \begin{array}{l} G_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{(\sigma_2^T)_{ult}^2} - \frac{1}{(\sigma_1^T)_{ult}^2} \right) \\ G_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(\sigma_1^T)_{ult}^2} \right) \\ G_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(\sigma_1^T)_{ult}^2} \right) \\ G_6 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(\tau_{12})_{ult}^2} \right) \end{array} \right. \quad (2-74)$$

Como se assume que a lâmina se encontra em estado plano de tensão, ou seja, $\sigma_3 = \tau_{31} = \tau_{23} = 0$, a equação (2-69) reduz-se a:

$$\left(\frac{\sigma_1}{(\sigma_1^T)_{ult}} \right)^2 - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{(\sigma_1^T)_{ult}^2} + \left(\frac{\sigma_2}{(\sigma_2^T)_{ult}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{(\tau_{12})_{ult}} \right)^2 < 1 \quad (2-75)$$

Na expressão (2-75), os valores de tensão máxima admissível dos denominadores deverão ser actualizados à compressão, para o caso de ser esse o carregamento principal aplicado ao material compósito.

Teoria de Falha Tsai-Wu

Esta teoria é baseada na Teoria de falha da energia total de extensão de Beltrami. Tsai-Wu aplicou-a a uma lâmina em estado plano de tensão [8]

A lâmina entra em falha se a seguinte condição for violada:

$$H_1 \sigma_1 + H_2 \sigma_2 + H_6 \sigma_{12} + H_{11} \sigma_1^2 + H_{22} \sigma_2^2 + H_{66} \tau_{12}^2 + 2H_{12} \sigma_1 \sigma_2 < 1 \quad (2-76)$$

Esta teoria é mais geral que a teoria de falha de Tsai-Hill por fazer a distinção entre resistência à tração e resistência à compressão de uma lâmina. Os componentes H_1 , H_2 , H_6 , H_{11} , H_{22} e H_{66} são calculados usando os cinco parâmetros de resistência de uma lâmina unidirecional:

- Aplicando $\sigma_1 = (\sigma_1^T)_{ult}$, $\sigma_2 = 0$ e $\tau_{12} = 0$ a uma lâmina unidirecional ela irá entrar em modo de falha. A equação 2-76 reduz-se a:

$$H_1 (\sigma_1^T)_{ult} + H_{11} (\sigma_1^T)_{ult}^2 = 1 \quad (2-77)$$

- Aplicando $\sigma_1 = -(\sigma_1^T)_{ult}$, $\sigma_2 = 0$ e $\tau_{12} = 0$ a uma lâmina unidirecional ela irá entrar em modo de falha. A equação 2-76 reduz-se a:

$$-H_1 (\sigma_1^C)_{ult} + H_{11} (\sigma_1^C)_{ult}^2 = 1 \quad (2-78)$$

Utilizando as equações (2-77) e (2-78) tem-se:

$$\begin{cases} H_1 = \frac{1}{(\sigma_1^T)_{ult}} - \frac{1}{(\sigma_1^C)_{ult}} \\ H_{11} = \frac{1}{(\sigma_1^T)_{ult} (\sigma_1^C)_{ult}} \end{cases} \quad (2-79)$$

- Aplicando $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = (\sigma_2^T)_{ult}$ e $\tau_{12} = 0$ a uma lâmina unidirecional ela irá entrar em modo de falha. A equação 2-76 reduz-se a:

$$H_2 (\sigma_2^T)_{ult} + H_{22} (\sigma_2^T)_{ult}^2 = 1 \quad (2-80)$$

- Aplicando $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = -(\sigma_2^T)_{ult}$ e $\tau_{12} = 0$ a uma lâmina unidirecional ela irá entrar em modo de falha. A equação 2-76 reduz-se a:

$$-H_2 (\sigma_2^T)_{ult} + H_{22} (\sigma_2^T)_{ult}^2 = 1 \quad (2-81)$$

Utilizando as equações 2-80 e 2-81 tem-se:

$$\begin{cases} H_2 = \frac{1}{(\sigma_2^T)_{ult}} - \frac{1}{(\sigma_2^C)_{ult}} \\ H_{22} = \frac{1}{(\sigma_2^T)_{ult}(\sigma_2^C)_{ult}} \end{cases} \quad (2-82)$$

- Aplicando $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = 0$ e $\tau_{12} = (\tau_{12})_{ult}$ a uma lâmina unidirecional ela irá entrar em modo de falha. A equação 2-76 reduz-se a:

$$H_6(\tau_{12})_{ult} + H_{66}(\tau_{12})_{ult}^2 = 1 \quad (2-83)$$

- Aplicando $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = 0$ e $\tau_{12} = -(\tau_{12})_{ult}$ a uma lâmina unidirecional ela irá entrar em modo de falha. A equação 2-76 reduz-se a:

$$-H_6(\tau_{12})_{ult} + H_{66}(\tau_{12})_{ult}^2 = 1 \quad (2-84)$$

Utilizando as equações 2-83 e 2-84 tem-se:

$$\begin{cases} H_6 = 0 \\ H_{66} = \frac{1}{(\tau_{12})_{ult}^2} \end{cases} \quad (2-85)$$

O único parâmetro desta teoria que não pode ser calculado diretamente pelos valores de resistência da lâmina unidirecional é H_{12} . Pode ser encontrado experimentalmente se se souber de um estado biaxial de tensão em que a lâmina entre em modo de falha. Nesse caso utilizam-se os valores de σ_1 , σ_2 e τ_{12} na equação 2-76 para se descobrir o parâmetro. No entanto existem fórmulas empíricas (2-86 e 2-87) para encontrar o valor de H_{12} [8]

$$H_{12} = -\frac{1}{2(\sigma_1^T)_{ult}^2}, \text{ pela teoria de falha de Tsai - Hill} \quad (2-86)$$

$$H_{12} = -\frac{1}{2(\sigma_1^T)_{ult}(\sigma_1^C)_{ult}}, \text{ pelo critério de Hoffman} \quad (2-87)$$

2.3.8 Análise *Netting*

A análise *netting* aplicada ao dimensionamento de reservatórios pressurizados fabricados em material compósito é baseada na hipótese de que as paredes de um tubo (Fig. 2.25) agem como uma membrana e não sofrem momento e tensões de corte. Adicionalmente, assume-se que o carregamento é todo suportado pelas fibras sem qualquer contribuição por parte da resina. Estas hipóteses constituem um excelente procedimento para o dimensionamento rápido da espessura de um reservatório sob pressão onde o *liner* (envólucro interior) não dê um contributo

significativo nos esforços suportados. Embora os resultados obtidos através deste critério de dimensionamento sejam muitas vezes imprecisos, este método é considerado um bom ponto de partida no projeto de reservatórios sob pressão.

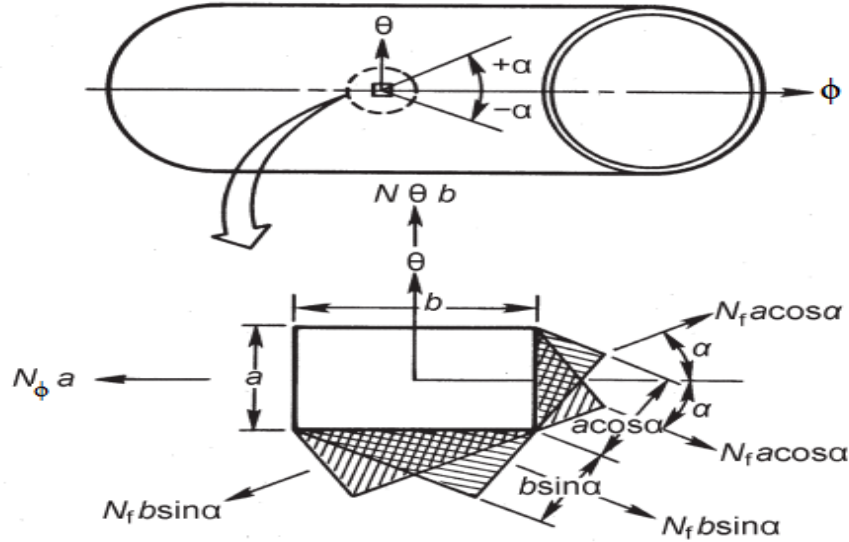


Figura 2.25 - Diagrama de Corpo Livre usado na análise netting (figura adaptada de [4])

Realizando o somatório de forças na direção axial e circunferencial obtém-se, respetivamente:

$$\begin{cases} N_{\phi} a = N_{f\alpha} a \cos^2 \alpha \leftrightarrow \frac{pr}{2} = \sigma_{adm} t_{\alpha} \cos^2 \alpha \\ N_{\theta} b = N_{f\alpha} b \sin^2 \alpha \leftrightarrow pr = \sigma_{adm} t_{\alpha} \sin^2 \alpha \end{cases} \quad (2-88)$$

Com σ_{adm} a representar a tensão admissível. Esta tensão é calculada pela divisão da tensão de rutura de fibra por um valor de fator de segurança. Através do uso da equação 2-88 é possível calcular o ângulo ideal das fibras, segundo este método, para um reservatório sob pressão:

$$\begin{cases} pr = 2\sigma_{adm} t_{\alpha} \cos^2 \alpha \\ pr = \sigma_{adm} t_{\alpha} \sin^2 \alpha \end{cases} \leftrightarrow 2\sigma_{adm} t_{\alpha} \cos^2 \alpha = \sigma_{adm} t_{\alpha} \sin^2 \alpha \leftrightarrow \tan \alpha = \sqrt{2} \quad (2-89)$$

$$\leftrightarrow \alpha \cong 54.7^\circ$$

Reordenando a primeira expressão da equação 2-88, obtém-se a espessura de camada helicoidal necessária:

$$t_{\alpha} = \frac{pr}{2\sigma_{adm} \cos^2 \alpha} \quad (2-90)$$

Para camadas circunferenciais ($\alpha=90^\circ$), é necessário adicionar o termo $\sigma_f t_{\theta}$ ao equilíbrio estático segundo a direção circunferencial, na segunda expressão da equação 2-88. Nesse caso, a equação de equilíbrio passa para:

$$N_{\theta} b = N_{f\alpha} b \sin^2 \alpha + N_{f\theta} b \leftrightarrow pr = \sigma_{adm} t_{\alpha} \sin^2 \alpha + \sigma_{adm} t_{\theta} \quad (2-91)$$

Inserindo a equação 2-90 na equação 2-91, obtém-se a espessura necessária de camada circunferencial:

$$t_{\theta} = \frac{pr}{\sigma_{adm}} \left(1 - \frac{\tan^2 \alpha}{2} \right) \quad (2-92)$$

Utilizando as equações 2-90 e 2-92 é possível calcular a espessura total necessária:

$$t = \frac{t_{\alpha} + t_{\theta}}{V_f} \quad (2-93)$$

O número de camadas helicoidais e circunferenciais é calculado através das seguintes expressões respetivamente por:

$$\begin{cases} n_{\alpha} = \frac{t_{\alpha}}{V_f t_L} \\ n_{\theta} = \frac{t_{\theta}}{V_f t_L} \end{cases} \quad (2-94)$$

Com t_L a representar a espessura da lâmina a utilizar.

3 Materiais e Métodos

No presente capítulo as teorias descritas anteriormente serão empregues em um caso prático. Para tal efeito, serão utilizadas a geometria e as características de um reservatório pressurizado descritas em um artigo publicado por Chang [19], onde foi testada a resistência à falha de reservatórios sob pressão compostos por laminados simétricos.

3.1 Características do Reservatório

O reservatório utilizado para a validação (Fig. 3.1) é constituído por um laminado simétrico com 1 mm de espessura e com a seguinte configuração: $[54^\circ/-54^\circ/54^\circ/-54^\circ]_s$. Cada lâmina possui 0,125 mm de espessura e as suas propriedades encontram-se listadas nas tabelas 3.1 e 3.2:

Tabela 3.1 - Módulos de Elasticidade da Lâmina (tabela adaptada de [19])

Lâmina grafite/epoxy	
E_1 (MPa)	$142,5 \times 10^3$
E_2 (MPa)	$9,79 \times 10^3$
G_{12} (MPa)	$4,72 \times 10^3$
G_{23} (MPa)	$1,192 \times 10^3$
ν_{12}	0,27
ν_{23}	0,25

Tabela 3.2 – Outras Propriedades Mecânicas da Lâmina (tabela adaptada de [19])

Lâmina grafite/epoxy	
$(\sigma_1^T)_{ult}$ (MPa)	2193,5
$(\sigma_1^C)_{ult}$ (MPa)	2457
$(\sigma_2^T)_{ult}$ (MPa)	41,3
$(\sigma_2^C)_{ult}$ (MPa)	206,8
$(\tau_{12})_{ult}$ (MPa)	78,78
$(\varepsilon_1^T)_{ult}$	0,015393
$(\varepsilon_1^C)_{ult}$	0,017242
$(\varepsilon_2^T)_{ult}$	0,004128
$(\varepsilon_2^C)_{ult}$	0,021124
$(\gamma_{12})_{ult}$	0,016691

O reservatório possui um raio de curvatura de 50 mm na casca cilíndrica e é composto por três partes distintas: fundo copado superior hemisférico, fundo copado inferior constituído por uma

calote esférica e uma casca cilíndrica entre os fundos copados. Para efeitos de estudos a parte da calote esférica será ignorada.



Figura 3.1 - Reservatório estudado (figura adaptada de [19])

Com as medidas obtidas é possível estabelecer os respectivos raios de curvatura de cada secção, dispostos na tabela adjacente.

Tabela 3.3 - Raios de Curvatura do Reservatório

Hemisférico	Cilíndrico
$r_0 = 50 \sin \phi$ [mm]	$r_0 = 50$ mm
$r_1 = 50$ mm	$r_1 = \infty$
$r_2 = 50$ mm	$r_2 = 50$ mm
$0 \leq \phi \leq 90^\circ$	$\phi = 90^\circ$

3.2 Análise *Netting*

A análise *netting* é uma ferramenta bastante utilizada como ponto de partida num projeto de reservatório sob pressão. Esta teoria faz uso da tensão de rotura de fibra, mas como ela não é fornecida pelo artigo será usada a tensão de rotura da lâmina. Para os cálculos efetuados nesta análise será considerado um fator de segurança de 1,5, valor utilizado e proposto por Peters [4], e uma fração volúmica de fibra de 60%, valor utilizado e proposto por Gay, Hoa & Tsai[14]. A pressão a utilizar será de 5 MPa por ser um valor aproximado da pressão de rotura obtida experimentalmente de 5,39MPa [19]; no entanto, é de salientar que a previsão da espessura através desta análise normalmente é feita com base na pressão de serviço do reservatório. A tensão admissível é dada por:

$$\sigma_{adm} = \frac{(\sigma_1^T)_{ult}}{FS} \leftrightarrow \sigma_{adm} = \frac{2193,5}{1,5} \leftrightarrow \sigma_{adm} = 1462,3 \text{ MPa}$$

Utilizando as equações 2-90 e 2-92, obtém-se as espessuras das camadas helicoidais e circunferenciais, respetivamente:

$$\begin{cases} t_{\alpha} = \frac{5 * 50}{2 * 1462,3 * \cos^2 54} \leftrightarrow t_{\alpha} = 0,247 \text{ mm} \\ t_{\theta} = \frac{5 * 50}{1462,3} \left(1 - \frac{\tan^2 54}{2}\right) \leftrightarrow t_{\theta} = 0,009 \text{ mm} \end{cases}$$

Utilizando os resultados obtidos em conjunto com a equação 2-93, é possível então calcular a espessura total necessária:

$$t = \frac{0,247 + 0,009}{0,6} \leftrightarrow t = 0,43 \text{ mm}$$

O número de camadas helicoidal e circunferencial necessárias são calculadas utilizando a equação 2-94:

$$\begin{cases} n_{\alpha} = \frac{0,247}{0,6 * 0,125} \leftrightarrow n_{\alpha} = 3,3 \cong 3 \\ n_{\theta} = \frac{0,009}{0,6 * 0,125} \leftrightarrow n_{\theta} = 0,13 \cong 0 \end{cases}$$

Para efeitos de projeto, os parâmetros relacionados com a camada circunferencial seriam ignorados por apresentarem valores desprezáveis. A camada helicoidal seria projetada com 4 camadas perfazendo um total de 0,5 mm de espessura. Esta decisão seria devido ao fato de 3 camadas helicoidais não perfazerem a espessura total mínima necessária para o bom funcionamento do reservatório, de acordo com esta análise.

3.3 Teoria Clássica de Laminados

Para calcular as propriedades do laminado, o primeiro passo passa por calcular os elementos da matriz da flexão [S] (equação 2-40):

$$\begin{cases} S_{11} = 7,01754 \times 10^{-6} \\ S_{22} = 1,02145 \times 10^{-4} \\ S_{12} = -1,89474 \times 10^{-6} \\ S_{66} = 2,11864 \times 10^{-4} \end{cases}$$

Utilizando os termos calculados, é possível então construir a matriz da flexão [S]:

$$S = \begin{bmatrix} 7,01754 \times 10^{-6} & -1,89474 \times 10^{-6} & 0 \\ -1,89474 \times 10^{-6} & 1,02145 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 2,11864 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

Invertendo a matriz [S], obtém-se a matriz de rigidez reduzida [Q]:

$$Q = \begin{bmatrix} 143217,2834 & 2656,60523 & 0 \\ 2656,60523 & 9839,278629 & 0 \\ 0 & 0 & 4720 \end{bmatrix}$$

Inserindo os elementos da matriz [Q] na equação 2-54 são obtidas as matrizes de rigidez reduzida transformada para lâminas a 54° e -54°, respetivamente:

$$\bar{Q}_{54} = \begin{bmatrix} 26780,74682 & 31796,10435 & 22244,50794 \\ 31796,10435 & 67996,81698 & 41180,50235 \\ 22244,50794 & 41180,50235 & 33859,49912 \end{bmatrix}$$

$$\bar{Q}_{-54} = \begin{bmatrix} 26780,74682 & 31796,10435 & -22244,50794 \\ 31796,10435 & 67996,81698 & -41180,50235 \\ -22244,50794 & -41180,50235 & 33859,49912 \end{bmatrix}$$

Com as matrizes obtidas e utilizando as equações 2-60 a 2-62 é possível então calcular as matrizes $[A]$, $[B]$ e $[D]$:

$$A = \begin{bmatrix} 26780,74682 & 31796,10435 & 0 \\ 31796,10435 & 67996,81698 & 0 \\ 0 & 0 & 33859,49912 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 2231,728902 & 2649,675363 & 695,1408732 \\ 2649,675363 & 5666,401415 & 1286,890698 \\ 695,1408732 & 1286,890698 & 2821,624927 \end{bmatrix}$$

Como já era esperado, a matriz de acoplamento de rigidez $[B]$ é nula, devido ao fato de o laminado ser simétrico, querendo dizer que as extensões devido à flexão estão desacopladas das tensões normais e que as extensões devido às tensões normais também estão desacopladas da flexão. Através destas matrizes é possível calcular os carregamentos e momentos a que o laminado está sujeito:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26780,74682 & 31796,10435 & 0 \\ 31796,10435 & 67996,81698 & 0 \\ 0 & 0 & 33859,49912 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2231,728902 & 2649,675363 & 695,1408732 \\ 2649,675363 & 5666,401415 & 1286,890698 \\ 695,1408732 & 1286,890698 & 2821,624927 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

Sabendo que o reservatório em questão não irá sofrer ação de momentos externos e que os momentos localizados devido à transição de geometria entre cascas podem ser considerados desprezáveis (teoria de membrana), da equação 3-2 chega-se à conclusão que as curvaturas do plano médio vão ser iguais a zero. Isto implica que as extensões em qualquer parte do laminado serão iguais às extensões do plano médio como se pode verificar pela equação 2-58.

3.3.1 Casca Cilíndrica

O primeiro passo consiste em verificar se a casca respeita ou não a condição de casca fina. Sabendo que o raio é de 50 mm e que a espessura é de 1 mm tem-se:

$$\frac{t}{r} \leq \frac{1}{20} \leftrightarrow \frac{1}{50} \leq \frac{1}{20} \text{ (condição verdadeira)}$$

Através da combinação das equações 2-3 e 2-4 do equilíbrio de cascas e dos raios de curvatura da casca cilíndrica, listados na tabela 3.3, os carregamentos segundo as direções globais x e y são dados por:

$$N_x = \frac{pr}{2} \quad (3-3)$$

$$N_y = pr \quad (3-4)$$

Inserindo as equações 3-3 e 3-4 na equação 3-1 obtém-se:

$$\begin{cases} \varepsilon_x^0 = 1,36 \times 10^{-4} P \\ \varepsilon_y^0 = 6,72 \times 10^{-4} P \\ \gamma_{xy}^0 = 0 \end{cases} \quad (3-5)$$

Este resultado, que diz respeito ao plano médio do laminado, estende-se a todas as lâminas que compõem o laminado por razões explicadas e fundamentadas em 3.3 – Teoria Clássica de Laminados. Utilizando a matriz de transformação de coordenadas, dada pela equação 2-49, este resultado, expresso em termos de coordenadas globais, passa a estar expresso em coordenadas locais e passível de ser utilizado pelos critérios de falha:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = 4,87 \times 10^{-4} P \\ \varepsilon_2 = 3,21 \times 10^{-4} P \\ \gamma_{12} = 5,1 \times 10^{-4} P \end{cases} \quad (3-6)$$

Utilizando a relação tensão-extensão para uma lâmina ortotrópica, dada pela equação 2-42, é possível calcular as tensões vigentes em qualquer laminado:

$$\begin{cases} \sigma_1 = 70,55 P \\ \sigma_2 = 4,45 P \\ \tau_{12} = 2,41 P \end{cases} \quad (3-7)$$

Importante notar que estes resultados de tensões e extensões em função da pressão P são iguais tanto para lâminas a 54° como para lâminas a -54° .

Sabendo que a pressão que a casca vai estar sujeita induz um estado de tração, durante a utilização do critério da extensão máxima (equações 2-66 a 2-68) basta verificar utilizando os valores da extensão máxima à tração listados na tabela 3.2. Inserindo a equação 3-6 no critério da extensão máxima resulta nos seguintes resultados:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = 4,87 \times 10^{-4} P < 0,015393 \leftrightarrow P < 32,28 \text{ MPa} \\ \varepsilon_2 = 3,21 \times 10^{-4} P < 0,00421859 \leftrightarrow P < 13,41 \text{ MPa} \\ \gamma_{12} = 5,1 \times 10^{-4} P < 0,016697 \leftrightarrow P < 33,43 \text{ MPa} \end{cases}$$

O critério de Tsai-Hill (equação 2-75) calcula-se utilizando as tensões na equação 3-7 juntamente com as tensões limites à tração, listados na tabela 3.2, originando o seguinte resultado:

$$P < 8,78 \text{ MPa}$$

O critério de Tsai-Wu necessita primeiro dos valores dos parâmetros H de modo a ser possível a sua utilização. Utilizando as equações 2-79, 2-82, 2-85, 2-86 e 2-87 juntamente com as tensões limite listadas na tabela 3.2 obtém-se os seguintes resultados:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_1 = 8,63 \times 10^{-4} \\ H_{11} = 1,86 \times 10^{-7} \\ H_2 = 2,90 \times 10^{-2} \\ H_{22} = 1,2 \times 10^{-4} \\ H_6 = 0 \\ H_{66} = 1,61 \times 10^{-4} \\ H_{12} = -1,04 \times 10^{-7}, \text{ pela teoria de falha de Tsai - Hill} \\ H_{12} = -8,95 \times 10^{-8}, \text{ pelo critério de Hoffman} \end{array} \right.$$

O parâmetro H_{12} a utilizar será o do critério de Hoffman por apresentar o valor mais baixo. Inserindo todos os parâmetros na equação 2-76 juntamente com as tensões da equação 3-7 obtém-se o seguinte resultado

$$P < 8,08 \text{ MPa}$$

Na tabela seguinte encontra-se os resultados obtidos resumidamente para a casca cilíndrica do reservatório em estudo:

Tabela 3.4 - Pressão máxima admissível da casca cilíndrica de acordo com os vários critérios utilizados

Casca Cilíndrica			
	Critério de Extensão Máxima	Critério de Tsai-Hill	Critério de Tsai-Wu
Pressão máxima admissível $P_{m\acute{a}x}$ (MPa)	13,41	8,78	8,08

Torna-se pertinente calcular as tensões na casca de modo a poderem ser comparadas com os valores a ser obtidos pelo MEF. A pressão de referência será de 5 MPa por ser um valor aproximado ao valor da pressão de rotura do reservatório obtido por Chang (5.39 MPa) [19]. Comparando os valores de pressão máxima admissível calculados para a geometria cilíndrica da casca, apresentados na Tabela 3.4, com o valor referido em [19], pode-se concluir que a geometria crítica da casca não será a cilíndrica.

Para uma pressão de 5 MPa, as extensões segundo as coordenadas globais (3-6) serão:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = 6,8 \times 10^{-4} \\ \varepsilon_y = 3,36 \times 10^{-2} \\ \gamma_{xy} = 0 \end{cases}$$

Utilizando as extensões calculadas na equação 2-53 as tensões segundo coordenadas globais serão:

$$\begin{cases} \sigma_x = 125 \text{ MPa} \\ \sigma_y = 250 \text{ MPa} \\ \tau_{xy} = 153,44 \text{ MPa} \end{cases}$$

Através da multiplicação da matriz de transformação de coordenadas (equação 2-49) com os resultados de tensões obtidos calculam-se as tensões segundo as coordenadas locais:

$$\begin{cases} \sigma_1 = 352,74 \text{ MPa} \\ \sigma_2 = 22,26 \text{ MPa} \\ \tau_{12} = 12,03 \text{ MPa} \end{cases}$$

3.3.2 Topo Hemisférico

Tal como para a casca cilíndrica, para o topo hemisférico o primeiro passo consiste em verificar se a casca respeita ou não a condição de casca fina. Sabendo que o raio de curvatura da casca é de 50 mm e que a espessura é de 1 mm tem-se:

$$\frac{t}{r} \leq \frac{1}{20} \leftrightarrow \frac{1}{50} \leq \frac{1}{20} \text{ (condição verdadeira)}$$

Através da combinação das equações 2-3 e 2-4 do equilíbrio de cascas e dos raios de curvatura da casca hemisférica, listados na tabela 3.3, os carregamentos segundo as direções globais x e y são dados por:

$$N_x = \frac{pr}{2} \quad (3-8)$$

$$N_y = \frac{pr}{2} \quad (3-9)$$

Inserindo as equações 3-8 e 3-9 na equação 3-1 obtém-se:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = 1,11 \times 10^{-3} P \\ \varepsilon_y = -1,5 \times 10^{-4} P \\ \gamma_{xy} = 0 \end{cases} \quad (3-10)$$

Este resultado, que diz respeito ao plano médio do laminado, estende-se a todas as lâminas que compõem o laminado por razões explicadas e fundamentadas em 3.3 – Teoria Clássica de Laminados. Utilizando a matriz de transformação de coordenadas, dada pela equação 2-49, este

resultado, expresso em termos de coordenadas globais, passa a estar expresso em coordenadas locais e passível de ser utilizado pelos critérios de falha:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = 2,85 \times 10^{-4} P \\ \varepsilon_2 = 6,78 \times 10^{-4} P \\ \gamma_{12} = -1,21 \times 10^{-3} P \end{cases} \quad (3-11)$$

Utilizando a relação tensão-extensão para uma lâmina ortotrópica, dada pela equação 2-42, é possível calcular as tensões vigentes em qualquer laminado:

$$\begin{cases} \sigma_1 = 42,57 P \\ \sigma_2 = 7,43 P \\ \tau_{12} = -5,71 P \end{cases} \quad (3-12)$$

Importante notar que estes resultados de tensões e extensões em função da pressão P são iguais tanto para lâminas a 54° como para lâminas a -54° .

Sabendo que a pressão a que a casca vai estar sujeita induz nela um estado de tração, durante a utilização do critério da extensão máxima (equações 2-66 a 2-68) basta comparar os valores de extensão (3-11) com os valores da extensão máxima à tração listados na tabela 3.2. Inserindo a equação 3-11 no critério da extensão máxima resulta nos seguintes resultados:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = 2,85 \times 10^{-4} P < 0,015393 \leftrightarrow P < 54,07 \text{ MPa} \\ \varepsilon_2 = 6,78 \times 10^{-4} P < 0,00421859 \leftrightarrow P < 6,09 \text{ MPa} \\ \gamma_{12} = -1,21 \times 10^{-3} P < 0,016697 \leftrightarrow P < -13,8 \text{ MPa} \end{cases}$$

O sinal negativo no resultado da distorção indica pressão à compressão.

O critério de Tsai-Hill (equação 2-75) calcula-se utilizando as tensões na equação 3-12 juntamente com as tensões limites à tração, listados na tabela 3.2, originando o seguinte resultado:

$$P = 5,14 \text{ MPa}$$

O critério de Tsai-Wu necessita primeiro dos valores dos parâmetros H de modo a ser possível a sua utilização. Utilizando as equações 2-79, 2-82, 2-85, 2-86 e 2-87 juntamente com as tensões limite listadas na tabela 3.2 obtém-se os seguintes resultados:

$$\begin{cases} H_1 = 6,33 \times 10^{-5} \\ H_{11} = 1,79 \times 10^{-7} \\ H_2 = 1,94 \times 10^{-2} \\ H_{22} = 1,17 \times 10^{-4} \\ H_6 = 0 \\ H_{66} = 1,61 \times 10^{-4} \\ H_{12} = -1,04 \times 10^{-7}, \text{pela teoria de falha de Tsai - Hill} \\ H_{12} = -8,95 \times 10^{-8}, \text{pelo Critério de Hoffman} \end{cases}$$

O parâmetro H_{12} a utilizar será o do critério de Hoffman por apresentar o valor mais baixo. Inserindo todos os parâmetros na equação 2-76 juntamente com as tensões da equação 3-12 obtém-se o seguinte resultado

$$P < 5,25 \text{ MPa}$$

Na tabela seguinte encontra-se os resultados obtidos resumidamente para a casca esférica do reservatório em estudo:

Tabela 3.5 - Pressão máxima admissível da casca esférica de acordo com os vários critérios utilizados

Casca Esférica			
	Critério de Extensão Máxima	Critério de Tsai-Hill	Critério de Tsai-Wu
Pressão máxima admissível $P_{m\acute{a}x}$ (MPa)	6,09	5,14	5,25

Novamente, calculam-se as tensões na casca de modo a serem comparadas com o MEF. O valor de pressão será novamente de 5 MPa por razões já fundamentadas durante a realização destes mesmo cálculos para casca cilíndrica.

Para uma pressão de 5 MPa, as extensões segundo as coordenadas globais serão:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = 5,59 \times 10^{-3} \\ \varepsilon_y = -7,7 \times 10^{-4} \\ \gamma_{xy} = 0 \end{cases}$$

Utilizando as extensões calculadas na equação 2-53, as tensões segundo coordenadas globais serão:

$$\begin{cases} \sigma_x = 125 \text{ MPa} \\ \sigma_y = 125 \text{ MPa} \\ \tau_{xy} = 92,4 \text{ MPa} \end{cases}$$

Através da multiplicação da matriz de transformação de coordenadas (equação 2-49) com os resultados de tensões obtidos calculam-se as tensões segundo as coordenadas locais:

$$\begin{cases} \sigma_1 = 212,87 \text{ MPa} \\ \sigma_2 = 37,13 \text{ MPa} \\ \tau_{12} = -28,55 \text{ MPa} \end{cases}$$

3.4 Método dos Elementos Finitos

A procura por soluções de problemas em Engenharia é realizada através da resolução de equações que compõem os modelos matemáticos relativos ao sistema em estudo. Estes modelos matemáticos relacionam as variáveis e parâmetros do sistema através da descrição analítica dos fenómenos e comportamentos mecânicos, representados por meio de equações algébricas, lineares e integrais baseados em leis fundamentais da física, tais como o princípio da conservação de massa, conservação do momento linear, etc. No entanto, a resolução analítica destes modelos matemáticos encontram-se bastante dependentes do seu próprio grau de complexidade. Enquanto que para modelos com domínios e geometrias simples a resolução analítica é fácil, à medida que o grau de complexidade aumenta também a dificuldade em resolver estes modelos aumenta ou torna-se impossível. Como consequência, e até ao aparecimento dos computadores, era prática comum simplificar drasticamente as equações ou os domínios de modo a possibilitar a sua resolução.

Os computadores possibilitaram o aparecimento e desenvolvimento da simulação numérica. Em simulação numérica é utilizado um método numérico para avaliar um modelo matemático complexo de um fenómeno ou comportamento mecânico e estimar as suas características. De entre os métodos desenvolvidos destaca-se o método dos elementos finitos (MEF), uma ferramenta bastante poderosa na resolução e análise de problemas reais de engenharia devido à possibilidade de executar simulações em vários domínios envolvendo a análise simultânea de vários parâmetros.

No MEF o domínio do problema é decomposto em vários subdomínios e em cada um desses subdomínios as equações que regem os fenómenos são aproximadas usando um método variacional. A razão desta resolução deve-se ao fato de ser mais fácil representar uma função complexa com uma composição de várias funções polinomiais simples, com um erro que pode ser tão pequeno quanto se pretenda bastando para tal aumentar o número de subdomínios. A decomposição em subdomínios tem o nome de discretização ao se dividir o sistema em estudo por um número finito de segmentos, áreas ou volumes, designados por elementos finitos. Estes elementos podem assumir diversas formas geométricas e são compostos por pontos, denominados de nós da malha de elementos finitos (Fig. 3.2).

O MEF foi utilizado de forma a se ter mais uma ferramenta de verificação dos resultados e se obter uma melhor perspectiva dos esforços exercidos nos reservatórios fabricados por enrolamento filamentar analisados durante a elaboração da presente dissertação. Para tal efeito, utilizou-se dois programas informáticos de simulação numérica, *ANSYS Mechanical APDL* e *SolidWorks Simulation*. O reservatório foi dimensionado de acordo com as medidas listadas na tabela 3.3, tendo sido o material definido como ortotrópico e com as características listadas na

tabela 3.1. Criou-se uma malha de elementos finitos com o refinamento adequado (figura 3.3) e considerou-se o bocal encastrado, ou seja, infinitamente rígido em relação ao reservatório. A simulação foi feita a 5 MPa de modo a que os resultados pudessem ser comparados com os obtidos por via analítica. No caso do *AnsysMechanical APDL* o elemento escolhido para a simulação foi o SHELL181 (figura 3.2-3.4). Trata-se de um elemento de 4 nós, com 6 graus de liberdade em cada nó, com a possível aplicação em cascas laminadas.

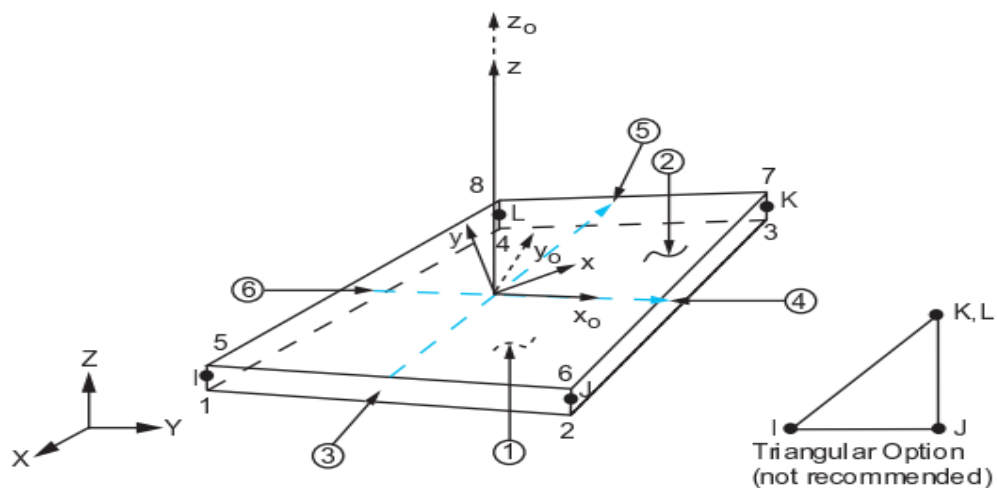


Figura 3.2- Elemento SHELL181 utilizado na simulação em *Ansys Mechanical APDL*

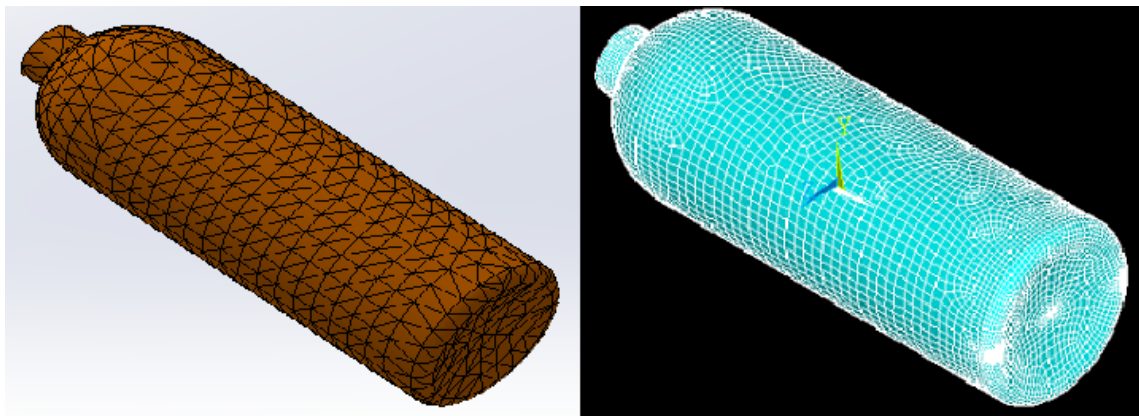


Figura 3.3 - Representação da malha de elementos finitos definida em *SolidWorks Simulation* (à esq.) e *Ansys Mechanical APDL* (à dir.)

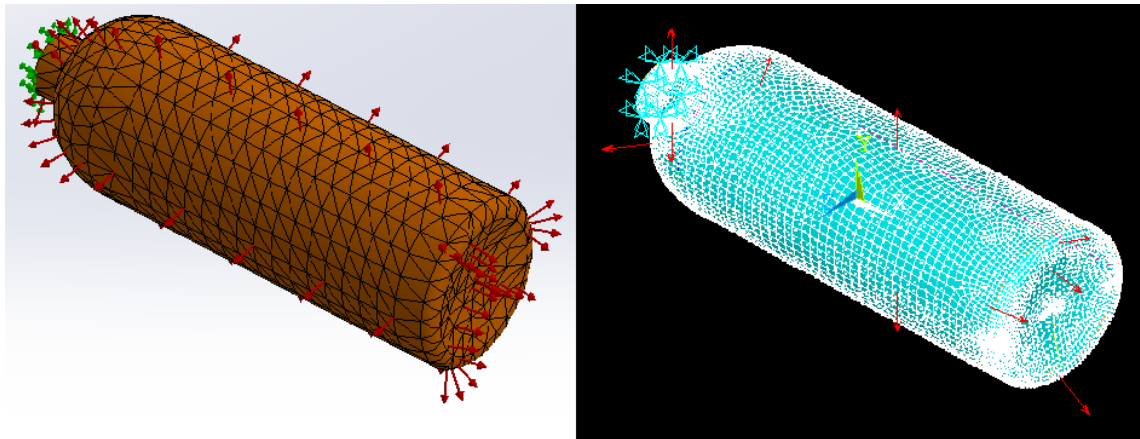


Figura 3.4 -Representação do carregamento e das condições de fronteira definidas em *SolidWorks Simulation* (à esq.) e *Ansys Mechanical APDL* (à dir.)

Tendo em consideração todos os parâmetros necessários, realizaram-se simulações numéricas para a determinação das tensões nas coordenadas globais e locais.

Segundo as coordenadas globais obtiveram-se os seguintes resultados:

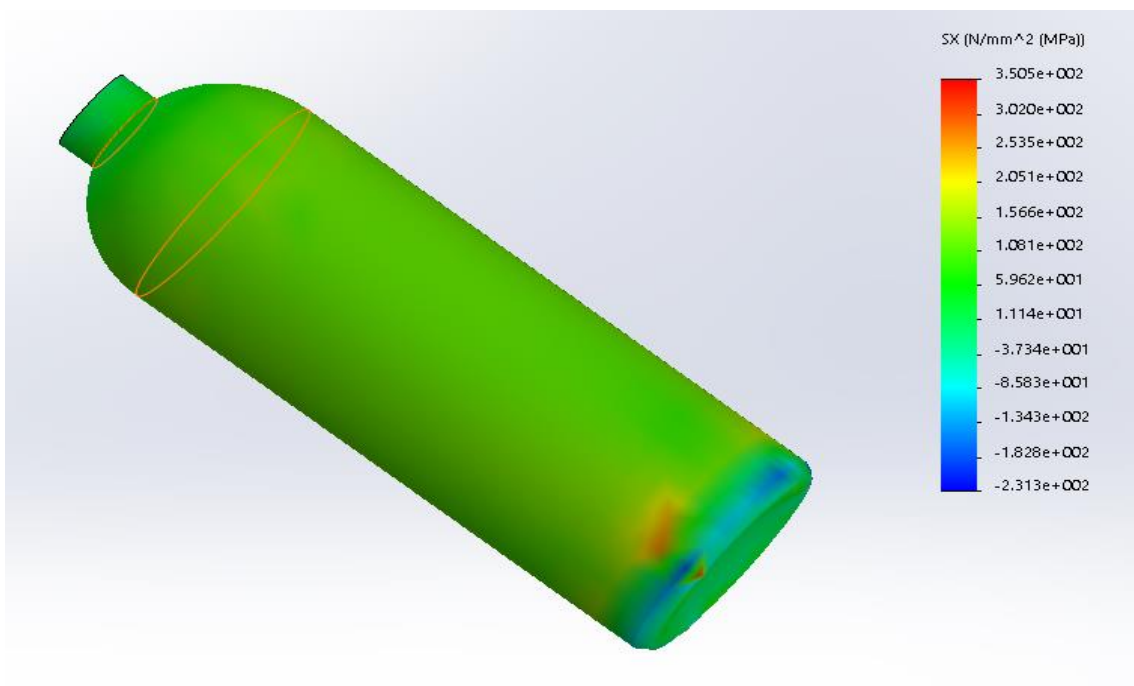


Figura 3.5 - Representação de tensão segundo a coordenada global x (direção longitudinal/meridional) em *SolidWorks Simulation*

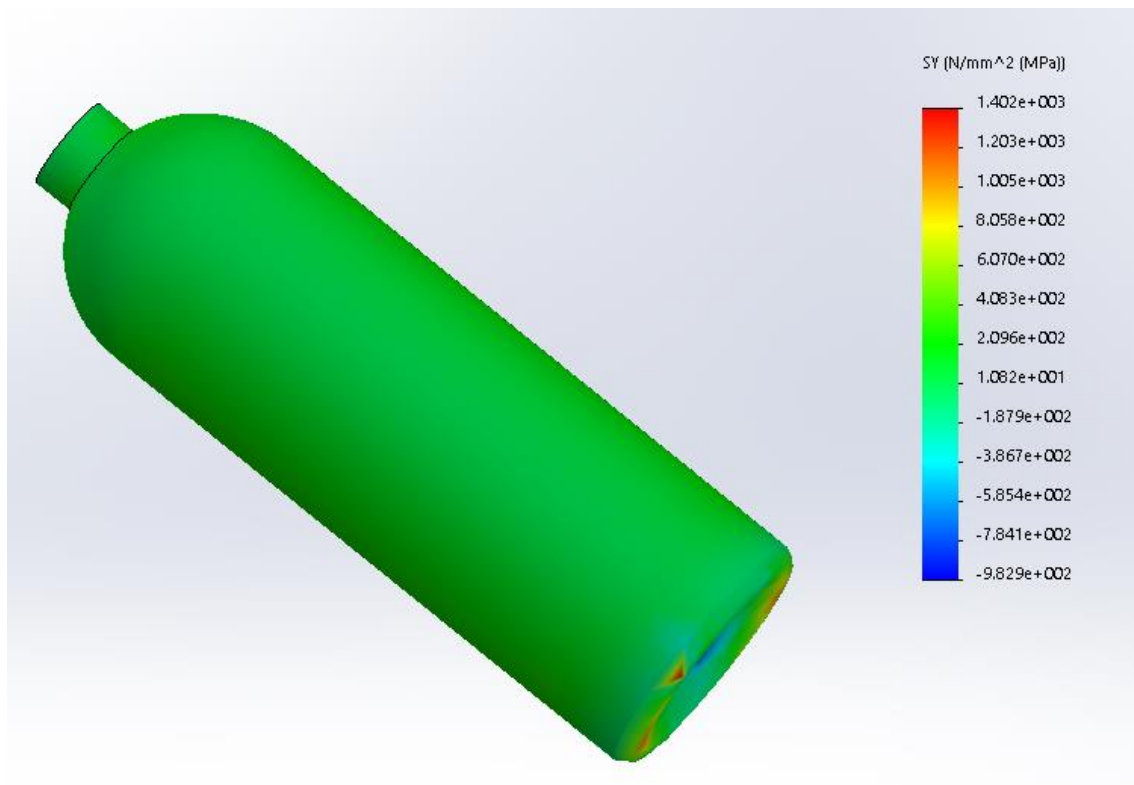


Figura 3.6 - Representação de tensão segundo a coordenada global y (direção circunferencial) em *SolidWorks Simulation*

Para as coordenadas locais os resultados obtidos foram os que se seguem:

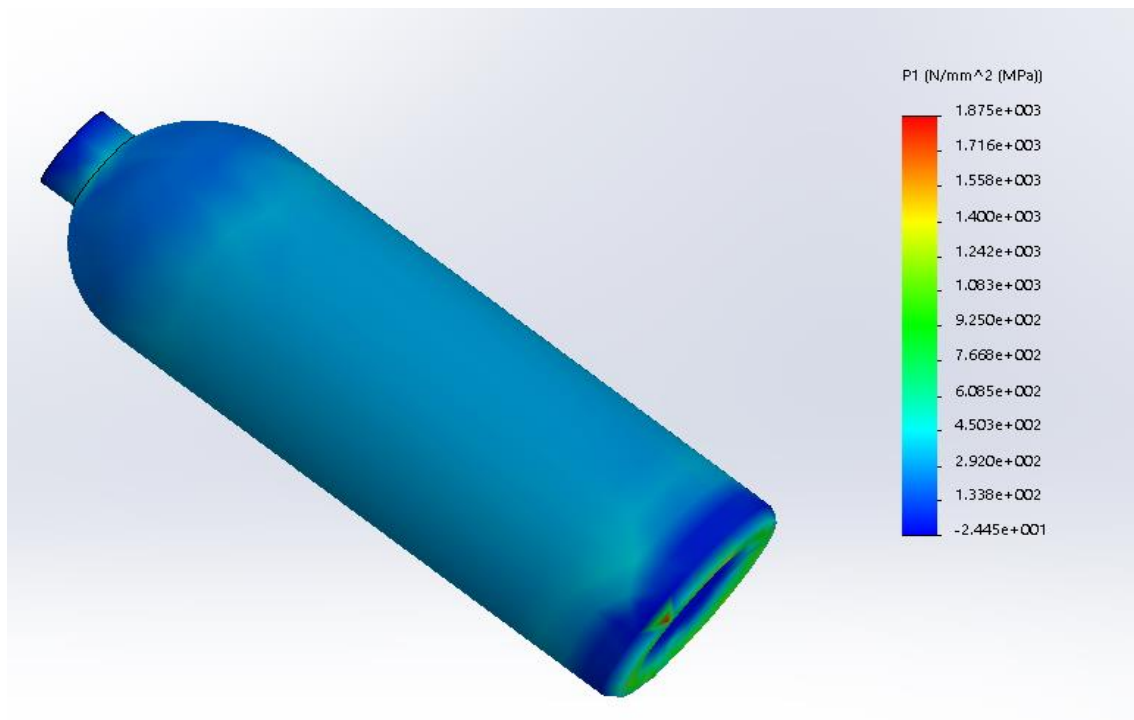


Figura 3.7 - Representação de tensão segundo a coordenada local 1 em *SolidWorks Simulation*

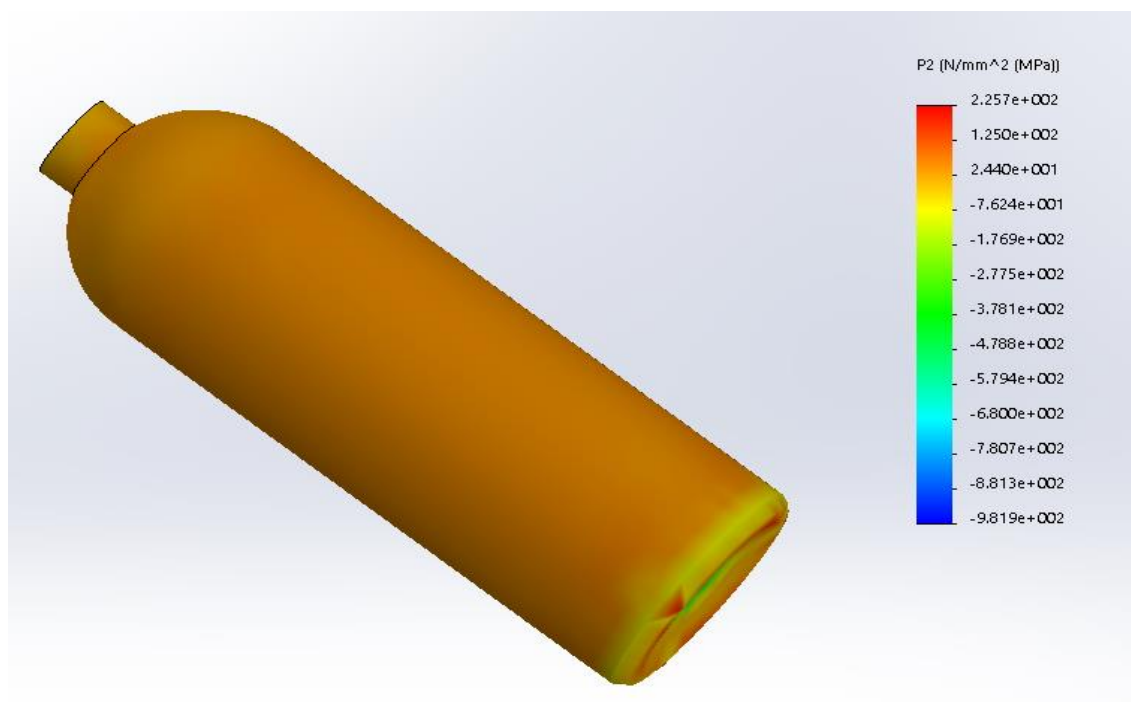


Figura 3.8 - Representação de tensão segundo a coordenada local 2 em *SolidWorks Simulation*

Todos os valores obtidos através da utilização do *SolidWorks Simulation* foram confirmados através do *AnsysMechanical APDL*. Os resultados através do *SolidWorks* foram obtidos através da função “probe” e de uma seleção aleatória de nós nas respectivas cascas. No *AnsysMechanical APDL* foi utilizado a função “path”, selecionando nós de forma a criar uma linha. Todos os resultados recolhidos encontram-se representados no Anexo A.

3.5 Comparação de resultados obtidos

Os resultados dos estudos efetuados para o reservatório do artigo [19] encontram-se resumidos nas tabelas 3.7 e 3.8:

Tabela 3.6 - Comparação entre pressões máximas obtidas analiticamente e através do artigo [19]

	Critério de Extensão Máxima		Critério de Tsai-Hill		Critério de Tsai-Wu		Pressão Experimental[19]
	Teórico	Artigo [19]	Teórico	Artigo [19]	Teórico	Artigo [19]	
Casca Cilíndrica	13,41	-	8,78	-	8,08	-	-
Topo Esférico	6,09	-	5,14	-	5,25	-	-
P _{máx}	6,09	7,05	5,14	5,38	5,25	5,26	5,39

Tabela 3.7 - Tensões calculadas por via teórica e numérica para o reservatório submetido a 5 MPa de pressão interna

	Teórico		Numérico (SwSimulation)	
	Casca Cilíndrica	Casca Esférica	Casca Cilíndrica	Casca Esférica
σ_x (MPa)	125	125	123,9	117,92
σ_y (MPa)	250	125	229,27	123,7
σ_1 (MPa)	352,74	212,87	323,38	207,2
σ_2 (MPa)	22,26	37,13	47,05	31,95

Nas tabelas apresentadas encontram-se os parâmetros obtidos pelas várias metodologias utilizadas. Os valores das simulações numéricas são médias dos valores obtidos através do *SolidWorks Simulation*, tendo sido posteriormente confirmados com o *AnsysMechanical APDL*.

De um modo geral, é possível verificar uma grande concordância, tanto entre os valores obtidos por via analítica e do artigo no cálculo da pressão máxima admissível, como nos valores de tensões obtidos através da via analítica e da simulação numérica, havendo só uma maior discordância no valor da tensão σ_2 para a casca cilíndrica.

4 Análise Teórica, Numérica e Experimental de um Reservatório

No presente capítulo ir-se-á proceder ao estudo de um reservatório utilizado e estudado na dissertação de Freire Fernandes [20]. Este estudo será realizado por métodos analíticos, mas também através de simulação numérica.

4.1 Características do Reservatório “Stako”

O reservatório foi modelado com um laminado simétrico composto por 36 lâminas de 0,13 mm de espessura com 60% de fração volúmica de fibra e ângulos de enrolamento de 26,5° e - 26,5°. O modelo de material utilizado foi de um material ortotrópico carbono/epoxy com as propriedades listadas na tabela seguinte.

Tabela 4.1 - Algumas propriedades de lamina carbono/epoxy (tabela adaptada de [14])

Lâmina carbono/epoxy	
Massa volúmica (kg/m ³)	1530
Resistência longitudinal à tração (MPa)	1270
Resistência longitudinal à compressão (MPa)	1130
Resistência transversal à tração (MPa)	42
Resistência longitudinal à compressão (MPa)	141
Resistência no plano ao corte (MPa)	63
Módulo de Young longitudinal (GPa)	134
Módulo de Young transversal (GPa)	7
Módulo de elasticidade transversal (GPa)	4,2
Coeficiente de Poisson	0,25

O reservatório é composto por uma casca cilíndrica e por dois fundos copados, um hemisférico e outro toriesférico, com as dimensões e geometrias representadas nas figura 4.1-4.2 e os raios de curvatura listados na tabela 4.2.

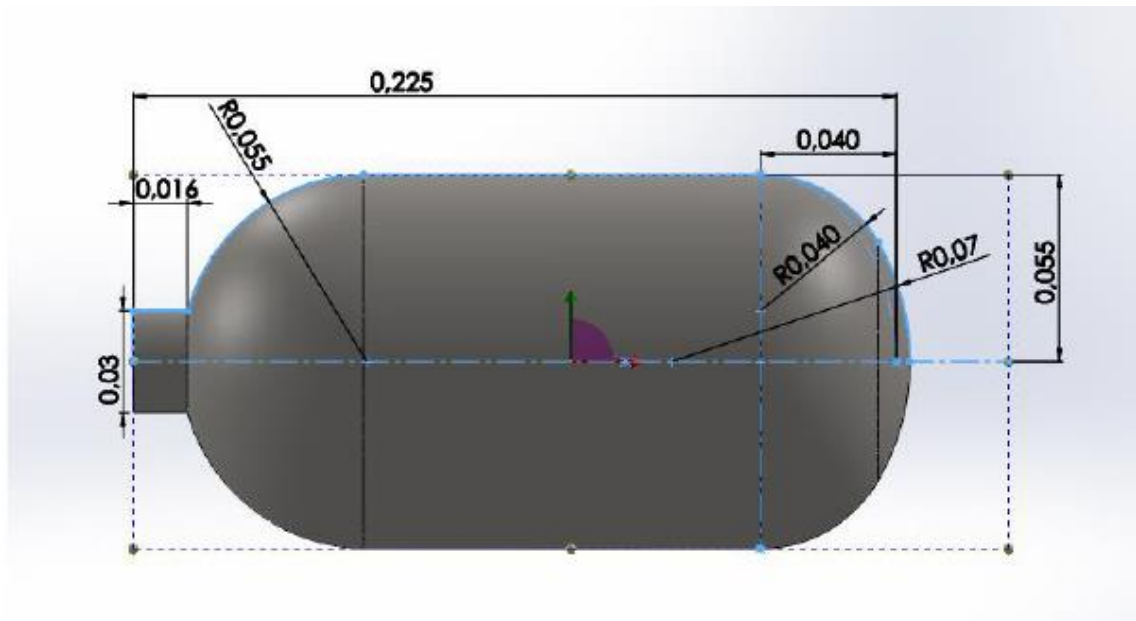


Figura 4.1 - Dimensões e geometria do reservatório "Stako" com dimensões em metros (figura adaptada de [20])



Figura 4.2 - Reservatório "Stako" (figura adaptada de [20])

Tabela 4.2 - Raios de Curvatura do Reservatório Stako (dimensões lineares e, mm)

Hemisférico	Cilíndrico	Calote Esférica	Concordância Toroidal
$r_0 = 55 \sin \phi$	$r_0 = 55$	$r_0 = 70 \sin \phi$	$r_0 = - -$
$r_1 = 55$	$r_1 = \infty$	$r_1 = 70$	$r_1 = 40$
$r_2 = 55$	$r_2 = 55$	$r_2 = 70$	$r_2 = - -$
$0^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$	$\phi = 90^\circ$	$0^\circ \leq \phi \leq 30^\circ$	$30^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$

4.2 Ensaio de Pressão Interna[20]

Na realização do ensaio ao reservatório “Stako” foi utilizada uma garrafa de mergulho carregada a 200 bar (figura 4.3), auxiliado por um adaptador “Fill Station” (figura 4.4), como fonte de pressão. O carregamento poderia ser facilmente controlado pela válvula da garrafa e por uma válvula de purga que o adaptador possuía.



Figura 4.3 - Garrafa de mergulho 200 bar (figura adaptada de [20])



Figura 4.4 - Adaptador "Fill Station" (figura adaptada de [20])

Foram colocados 2 extensômetros de rosetas, um no corpo cilíndrico principal do reservatório, e outro no fundo copado toriesférico, de modo a permitir as leituras de deformação durante o carregamento do reservatório em duas zonas distintas (figura 4.5).



Figura 4.5 - Extensómetros no corpo cilíndrico e fundo copado toriesférico, respetivamente (figura adaptada de [20])

A garrafa foi carregada de forma controlada em intervalos de 200 Psi, até um máximo de 2400 Psi (equivalente a 165 bar). A cada patamar de carregamento, efetuavam-se as leituras dos 6 canais (3 canais por cada extensómetro) disponíveis na ponte de extensometria (figura 4.6). O aparato do carregamento encontra-se demonstrado na figura 4.7.

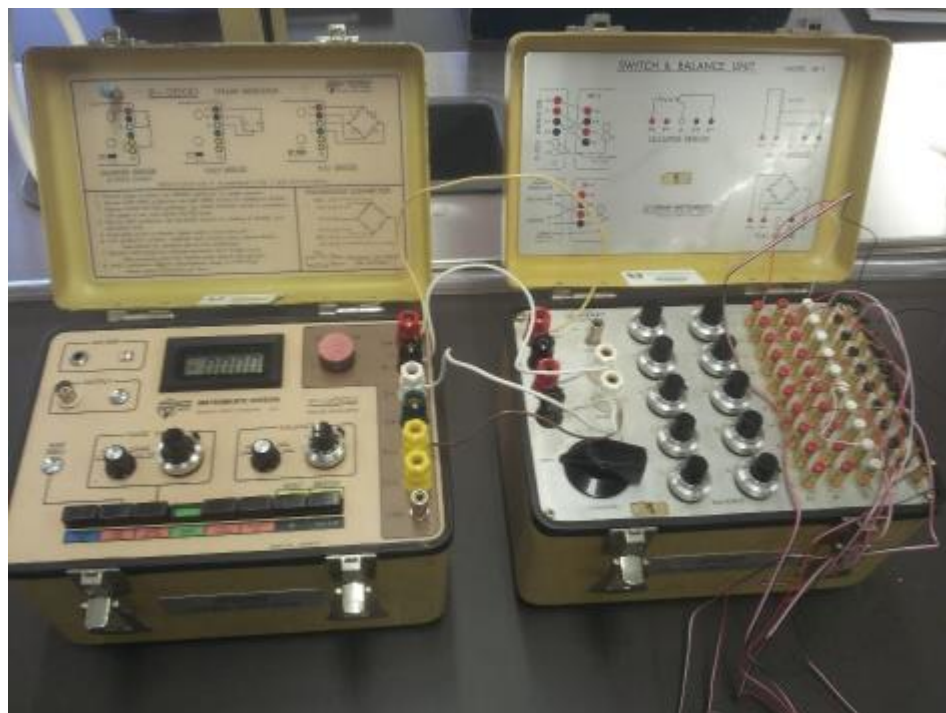


Figura 4.6 - Ponte de extensometria (figura adaptada de [20])



Figura 4.7 - Aparato do carregamento de botija Stako por transvase da botija de mergulho (figura adaptada de [20])

Foram efetuados dois ensaios de carregamento e descarregamento, respetivamente, da garrafa, sendo os resultados representados na figura 4.8 e nas tabelas e figuras inseridas no Anexo B.

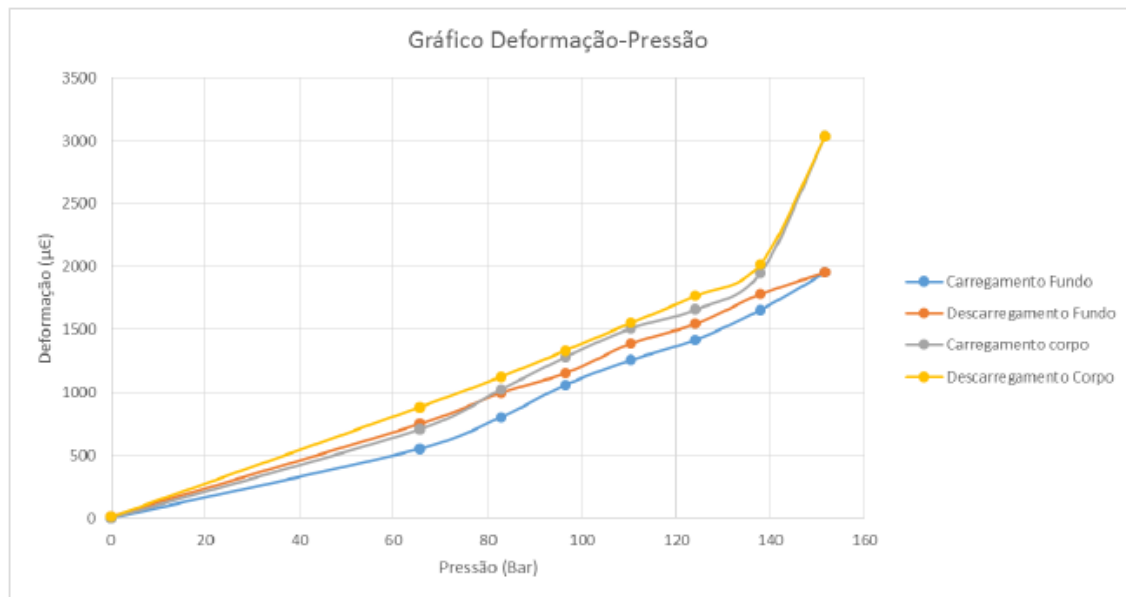


Figura 4.8 - Gráfico deformação-pressão do ensaio de pressão interna (figura adaptada de [20])

Durante o ensaio, com o auxílio de uma câmara de imagem térmica (CIT), verificou-se a existência de variação de temperatura das paredes do reservatório “Stako” durante o carregamento e o descarregamento.

Verificou-se que a temperatura aumentava ao longo do carregamento, podendo chegar a temperaturas na ordem dos 40°C, mas depressa se dissipava durante o descarregamento. De acordo com as características de dilatação térmica para lâmina carbono/epoxy, que possui um valor de $0,02 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ [14], foi concluído que a temperatura não tinha qualquer efeito nas características relativas à resistência mecânica e desempenho do reservatório.

4.3 Análise *Netting*

Antes de se proceder ao estudo do comportamento do reservatório tornou-se pertinente aplicar a análise *netting* ao reservatório “Stako”, de modo a comparar a espessura do reservatório com a espessura teórica. Sendo a pressão de serviço do reservatório 300 bar (equivalente a 30 MPa) será feita a análise tanto para esse valor como para o valor de referência de 110 bar (Fig. 4.8).

Não tendo novamente a tensão de rutura da fibra, utilizar-se-á a tensão de rutura da lâmina (Tabela 4.1):

$$\sigma_{adm} = \frac{(\sigma_1^T)_{ult}}{FS} \leftrightarrow \sigma_{adm} = \frac{1270}{1,5} \leftrightarrow \sigma_{adm} = 846,66 \text{ MPa}$$

Utilizando as equações 2-90 e 2-92, assim como os dados inclusos na Tabela 4.2, obtém-se, para uma pressão admissível de 300 bar, as seguintes espessuras de camadas helicoidal e circunferencial, respetivamente:

$$\begin{cases} t_{\alpha} = \frac{30 * 55}{2 * 846,66 * \cos^2 26,5} \leftrightarrow t_{\alpha} = 1,22 \text{ mm} \\ t_{\theta} = \frac{30 * 55}{846,66} \left(1 - \frac{\tan^2 26,5}{2} \right) \leftrightarrow t_{\theta} = 1,71 \text{ mm} \end{cases}$$

Utilizando a equação 2-93 juntamente com as espessuras helicoidal e circunferencial obtém-se a espessura total teórica:

$$t = \frac{1,22 + 1,71}{0,6} \leftrightarrow t = 4,88 \text{ mm}$$

O número de camadas helicoidal e circunferencial é dado por (equação 2-94):

$$\begin{cases} n_{\alpha} = \frac{1,22}{0,6 * 0,13} \leftrightarrow n_{\alpha} = 15,64 \cong 16 \\ n_{\theta} = \frac{1,71}{0,6 * 0,13} \leftrightarrow n_{\theta} = 21,92 \cong 22 \end{cases}$$

Os resultados obtidos encontram-se resumidos na tabela 4.3:

Tabela 4.3 - Comparação dos vários parâmetros da análise netting entre as duas pressões utilizadas

P (MPa)	30
Espessura de camada helicoidal (mm)	1,22
Espessura de camada circunferencial (mm)	1,71
Espessura total (mm)	4,88
Nº de camadas helicoidais	16
Nº de camadas circunferenciais	22

4.4 Teoria Clássica de Laminados

Através da equação 2-40 calculam-se os elementos da matriz $[S]$:

$$\begin{cases} S_{11} = 7,46269 \times 10^{-6} \\ S_{22} = 1,42857 \times 10^{-4} \\ S_{12} = -1,86567 \times 10^{-6} \\ S_{66} = 2,38095 \times 10^{-4} \end{cases}$$

$$S = \begin{bmatrix} 7,46269 \times 10^{-6} & -1,86567 \times 10^{-6} & 0 \\ -1,86567 \times 10^{-6} & 1,42857 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 2,38095 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

Invertendo a matriz $[S]$, obtém-se a matriz de rigidez reduzida $[Q]$:

$$Q = \begin{bmatrix} 134438,9331 & 1755,732335 & 0 \\ 1755,732335 & 7022,92934 & 0 \\ 0 & 0 & 4200 \end{bmatrix}$$

Inserido os elementos da matriz $[Q]$ na equação 2-54 são obtidas as matrizes de rigidez transformada reduzida para lâminas a $26,5^\circ$ e $-26,5^\circ$ respetivamente:

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} 89753,3672 & 21073,72897 & 39996,89089 \\ 21073,72897 & 13072,50196 & 10882,58168 \\ 39996,89089 & 10882,58168 & 23517,99663 \end{bmatrix}$$

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} 89753,3672 & 21073,72897 & -39996,89089 \\ 21073,72897 & 13072,50196 & -10882,58168 \\ -39996,89089 & -10882,58168 & 23517,99663 \end{bmatrix}$$

Com as matrizes obtidas e utilizando as equações 2-60 a 2-62 é possível então calcular as matrizes $[A]$, $[B]$ e $[D]$:

$$A = \begin{bmatrix} 420045,7585 & 98625,05156 & 0 \\ 98625,05156 & 61179,30917 & 0 \\ 0 & 0 & 110064,2242 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 766667,5184 & 180010,4441 & 28470,90685 \\ 180010,4441 & 111664,4751 & 7746,526355 \\ 28470,90685 & 7746,526355 & 200889,2221 \end{bmatrix}$$

Com as matrizes calculadas é então possível construir as equações que permitem o cálculo dos carregamentos e momentos a que o laminado está sujeito:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 420045,7585 & 98625,05156 & 0 \\ 98625,05156 & 61179,30917 & 0 \\ 0 & 0 & 110064,2242 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 766667,5184 & 180010,4441 & 28470,90685 \\ 180010,4441 & 111664,4751 & 7746,526355 \\ 28470,90685 & 7746,526355 & 200889,2221 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

Sabendo que o reservatório em questão não irá sofrer a ação de momentos externos e que os momentos localizados devido à transição de geometria entre cascas podem ser considerados desprezáveis (teoria de membrana), da equação 4-2 chega-se à conclusão que as curvaturas do plano médio vão ser iguais a zero. Isto implica que as extensões em qualquer parte do laminado serão iguais às extensões do plano médio como se pode verificar pela equação 2-58.

Tendo os resultados da extensometria relativos ao corpo cilíndrico principal e ao fundo copado toriesférico ir-se-á proceder ao cálculo das extensões nessas zonas. Considerou-se para pressão de verificação (cálculos subsequentes) o valor de 110 bar (Fig. 4.8), por este valor se encontrar na região linear de resposta do reservatório (extensómetro) quando foi sujeito ao carregamento por transvase da garrafa de mergulho.

4.4.1 Casca Cilíndrica

Utilizando a condição de teoria de casca fina tem-se:

$$\frac{t}{r} \leq \frac{1}{20} \leftrightarrow \frac{4,68}{55} \leq \frac{1}{20}$$

Não sendo verdadeira a condição, optou-se por realizar os cálculos pela via analítica utilizando as equações de casca fina por se considerar não muito díspar do valor de condição verdadeira.

De acordo com a equação de equilíbrio de casca para cilindro (equação 2-9) e os raios de curvatura listados na tabela 4.2 para esta casca os carregamentos vigentes neste corpo são dados por:

$$\begin{cases} N_x = \frac{11 * 55}{2} \\ N_y = 11 * 55 \\ N_{xy} = 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} N_x = 302,5 \text{ N/mm} \\ N_y = 605 \text{ N/mm} \\ N_{xy} = 0 \end{cases}$$

Inserindo este resultado na equação 4-1 obtém-se:

$$\begin{cases} \varepsilon_x^0 = -2,58 \times 10^{-3} \\ \varepsilon_y^0 = 1,4 \times 10^{-2} \\ \gamma_{xy}^0 = 0 \end{cases}$$

Adicionalmente, realizaram-se os cálculos para a obtenção das tensões tanto nas coordenadas globais como locais, de modo a fornecer mais dados para se comparar com a simulação numérica:

$$\begin{cases} \sigma_x = 64,64 \text{ MPa} \\ \sigma_y = 129,27 \text{ MPa} \\ \tau_{xy} = 49,75 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_1 = 117,24 \text{ MPa} \\ \sigma_2 = 76,67 \text{ MPa} \\ \tau_{12} = 55,75 \text{ MPa} \end{cases}$$

4.4.2 Calote Esférica

Utilizando a condição de teoria de casca fina, tem-se:

$$\frac{t}{r} \leq \frac{1}{20} \leftrightarrow \frac{4,68}{70} \leq \frac{1}{20}$$

Não sendo verdadeira a condição optou-se por realizar à mesma os cálculos pela via analítica utilizando as equações de casca fina por se considerar não muito díspar do valor de condição verdadeira.

O cálculo para uma calote esférica é feito exatamente da mesma maneira que para uma casca esférica. De acordo com a equações de equilíbrio de casca (equações 2-3 e 2-4) e os raios de curvatura listados na tabela 4.2 os carregamentos nesta casca são:

$$\begin{cases} N_x = \frac{11 * 70}{2} \\ N_y = \frac{11 * 70}{2} \\ N_{xy} = 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} N_x = 385 \text{ N/mm} \\ N_y = 385 \text{ N/mm} \\ N_{xy} = 0 \end{cases}$$

Inserindo na equação 4-1 obtém-se

$$\begin{cases} \varepsilon_x^0 = -9 \times 10^{-4} \\ \varepsilon_y^0 = 7,75 \times 10^{-3} \\ \gamma_{xy}^0 = 0 \end{cases}$$

Adicionalmente realizaram-se os cálculos para a obtenção das tensões tanto nas coordenadas globais como locais de modo a fornecer mais dados para se comparar com a simulação numérica:

$$\begin{cases} \sigma_x = 82,26 \text{ MPa} \\ \sigma_y = 82,26 \text{ MPa} \\ \tau_{xy} = 48,22 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_1 = 120,77 \text{ MPa} \\ \sigma_2 = 43,76 \text{ MPa} \\ \tau_{12} = 29,02 \text{ MPa} \end{cases}$$

4.5 Simulações Numéricas

Para além da via analítica foi também realizado uma simulação de uma garrafa modelo com as mesmas características da garrafa submetida ao ensaio de pressão interna, permitindo desse modo um estudo de MEF como via de comparação.

A modelação da garrafa foi feita com base nas características e geometrias listadas nas tabelas 4.1 e 4.2, com 36 camadas de espessura 0,13 mm, com modelo de material ortotrópico, e ângulos de 26,5° e -26,5°. Foi criada uma malha adequada que permitisse a análise por MEF

(figuras 4.9 e 4.10), tendo o bocal sido considerado encastrado, por se considerar infinitamente rígido em relação ao reservatório. A simulação foi realizada com uma pressão interna de 110 bar (equivalente a 11 MPa), sendo esse o valor de referência para possibilitar a comparação com os restantes dados.

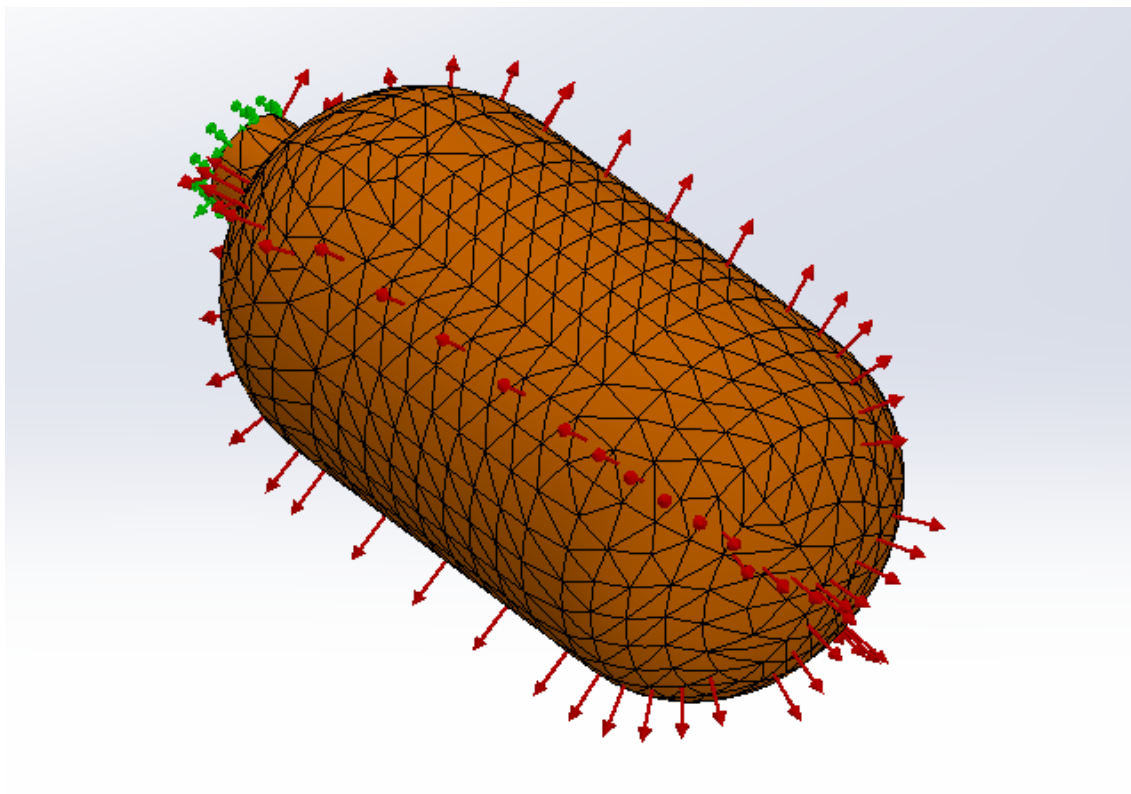


Figura 4.9 - Representação da garrafa simulada em *SolidWorks Simulation*

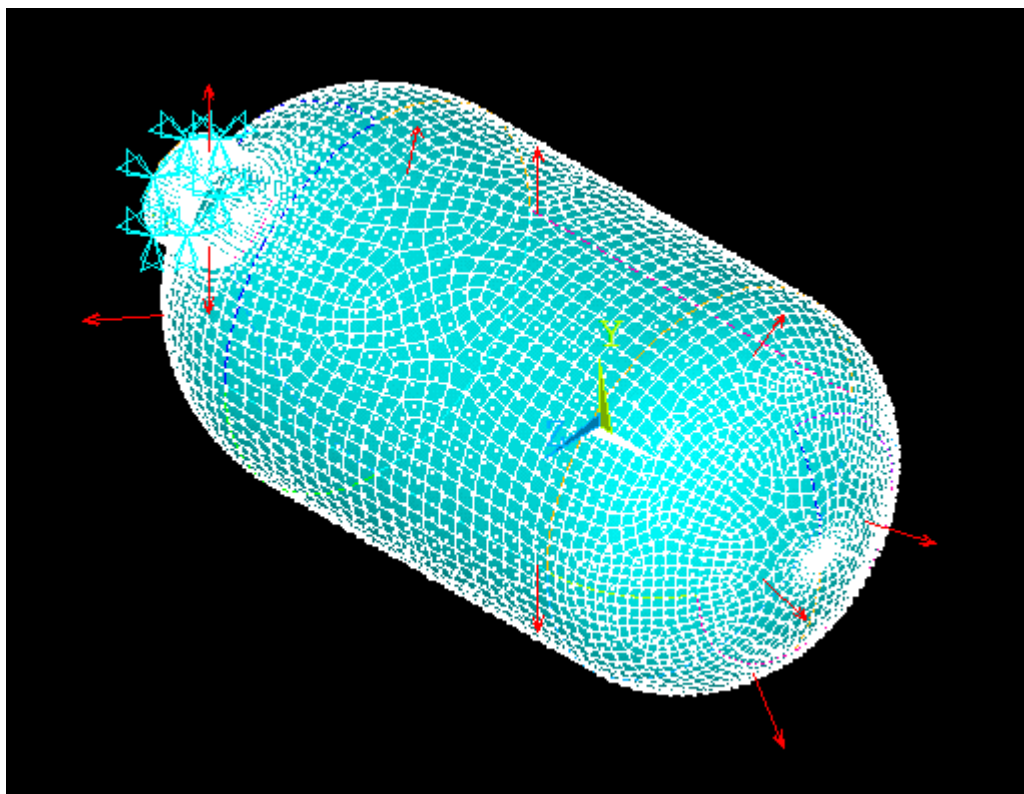


Figura 4.10 - Representação da garrafa simulada em *Ansys Mechanical APDL*

Tendo em conta os parâmetros necessários foram realizadas simulações com o objetivo de determinar as tensões tanto em coordenadas globais como locais. Todos os dados obtidos encontram-se dispostos no Anexo C.

4.6 Resumo de Resultados

Nas tabelas que se seguem encontram-se, de uma forma resumida, os resultados obtidos na análise deste reservatório:

Tabela 4.4 - Comparação entre os parâmetros de espessura da análise *netting*, com uma pressão de 30 MPa, e do reservatório

	Real	Análise netting (30 MPa)
Espessura total (mm)	4,68	4,94
Espessura da camada helicoidal (mm)	4,68	2,08
Espessura da camada circunferencial (mm)	-	2,86
Nº de camadas helicoidais	36	16
Nº de camadas circunferenciais	-	22

Tabela 4.5 - Tensões calculadas para o reservatório a 11 MPa de pressão interna

	Teórico		Numérico (SwSimulation)	
	Casca Cilíndrica	Calote Esférica	Casca Cilíndrica	Calote Esférica
σ_x (MPa)	64,64	82,26	67,31	9,43
σ_y (MPa)	129,27	82,26	126,76	76,17
σ_1 (MPa)	117,24	120,77	167,03	105,87
σ_2 (MPa)	76,67	43,76	26,99	31,864

Através da análise da tabela 4.5 é possível verificar uma boa concordância entre os valores de tensões tanto para a casca cilíndrica como para a calote esférica, excetuando na tensão σ_2 para a casca cilíndrica, com uma diferença de 65%, e na tensão σ_x para a calote esférica, com uma diferença de 88%.

5 Conclusões

A presente dissertação teve como objetivo a realização de um estudo teórico e numérico de um reservatório sob pressão feito de um material compósito.

O enrolamento filamentar tem sido o método mais eficaz e indicado para a produção deste tipo de reservatórios por permitir a determinação de uma vasta gama de parâmetros que possibilitam a obtenção de um produto final com as características físicas e mecânicas pretendidas, nomeadamente o controlo e colocação da fibra, a regulação da quantidade de resina depositada no mandril e respetiva decisão quanto às condições de impregnamento, etc. Adicionalmente é um processo automatizado, com a capacidade de produção em massa, característica bastante importante como resposta face às exigências de mercado dos dias atuais. Todavia, existem desvantagens associadas a este método sendo as mais importantes a impossibilidade de enrolar formatos com curvaturas reentrantes e a impossibilidade de variar a espessura do reservatório por secção.

Os materiais compósitos revelam uma vantagem bastante significativa em relação aos materiais convencionais sobretudo na razão de resistência/peso e rigidez/peso. Olhando para valores comuns é possível verificar, no caso de um material compósito formado por fibras de carbono e resina epoxy, uma resistência de 1270 MPa para um valor de massa volúmica de 1530 kg/m³ ao passo que para um aço e alumínio, com valores de resistência de 1600 e 450 MPa respetivamente, observam-se massas volúmicas de 7800 e 2800 kg/m³, respetivamente.

Do trabalho realizado, concluiu-se que a análise *netting* é um bom ponto de partida no projeto de reservatório sob pressão feito de material compósito.

Concluiu-se que a Teoria Clássica de Laminados é uma metodologia aceitável na construção do laminado em conjunto com o projeto do reservatório, facto esse demonstrado pela boa concordância obtida entre os valores calculados das tensões do reservatório e os valores obtidos por simulação numérica. Ainda em relação ao reservatório de referência [19], confirmou-se a validade dos critérios de falha utilizados, com destaque para os critérios de Tsai-Hill e Tsai-Wu, tendo os resultados da pressão máxima admissível demonstrado diferenças de 2%.

Através da análise do reservatório “Stako” é possível concluir que para geometrias com valores de t/r ligeiramente superiores ao valor padrão de uma casca fina ainda é válida a sua utilização, tendo sido isto comprovado pela concordância de valores teóricos e numéricos do corpo principal cilíndrico e da calote esférica

Por fim conclui-se que os programas informáticos utilizados, embora bastante sofisticados, carecem ainda de funcionalidades específicas para fazer uma melhor análise de estruturas compósitas, nomeadamente a inexistência de uma base de dados de materiais compósitos com

valores típicos de lâminas e a possibilidade de garantir a correta definição dos ângulos de enrolamento da estrutura.

Referências Bibliográficas

- [1] A. Ugural, “Stresses in Plates and Shells,” *McGraw-Hill*. 1999.
- [2] S. V Hoa, *Principles of the manufacturing of composite materials*. 2009.
- [3] F. C. Shen, “A filament-wound structure technology overview,” *Mater. Chem. Phys.*, vol. 42, no. 2, pp. 96–100, 1995.
- [4] S. T. Peters, “Composite Filament Winding,” *ASM International*. 2011.
- [5] H. L. Giacoletto, “The art of filament winding,” *Reinf. Plast.*, vol. 46, no. 10, pp. 30–31, 2002.
- [6] B. S. Babu MS, Srikanth G, “Composite fabrication by filament winding - an insight,” 2000. [Online]. Available: http://www.tifac.org.in/index.php?option=com_content&id=536&Itemid=205.
- [7] K. K. Chawla, *Composite materials*, Springer. 2013.
- [8] A. K. Kaw, *Mechanics of Composite Materials, Second Edition*, vol. 2. 2005.
- [9] SP Systems, “SP Systems Guide to Composites,” pp. 1–64, 2001.
- [10] F. C. Campbell, “Chapter 1: Introduction to Composite Materials,” *Manuf. Process. Adv. Compos.*, p. 30, 2010.
- [11] P. J. Walsh, “Carbon Fibers,” *ASM Handb.*, vol. 21, 2001.
- [12] B. D. Agarwal and L. J. Broutman, *Analysis and Performance of Fiber Composites*. 1980.
- [13] E. J. Barbero, *Introduction To Composite Materials Design*. Taylor & Francis, 1999.
- [14] D. Gay, S. V Hoa, and S. W. Tsai, *Composite Materials Composite Materials*. 2003.
- [15] D. F. Adams, “Engineering composite materials,” *Composites*, vol. 18, no. 3, p. 261, 1987.
- [16] J. N. Reddy, *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*, vol. 2nd. 2004.
- [17] R. M. JONES, “Mechanics of composite materials,” *Mechanics of Composite Materials*, no. 2. p. 519, 1999.
- [18] R. Y. K.S.S., R. K. Mohan, and B. V. Kiran, “Composite Pressure Vessels,” *IJRET Int. J. Res. Eng. Technol.*, vol. 1, no. 4, pp. 597–618, 2012.
- [19] R. R. Chang, “Experimental and theoretical analyses of ® rst-ply failure of laminated composite pressure vessels,” vol. 49, pp. 237–243, 2000.
- [20] F. F. L. Filipe, “Projeto de Reservatórios sob Pressão Fabricados em Material Compósito”, Tese de Mestrado, Escola Naval, 2014.

Anexos

Anexo A – Estudo numérico do reservatório pressurizado descrito em [19]

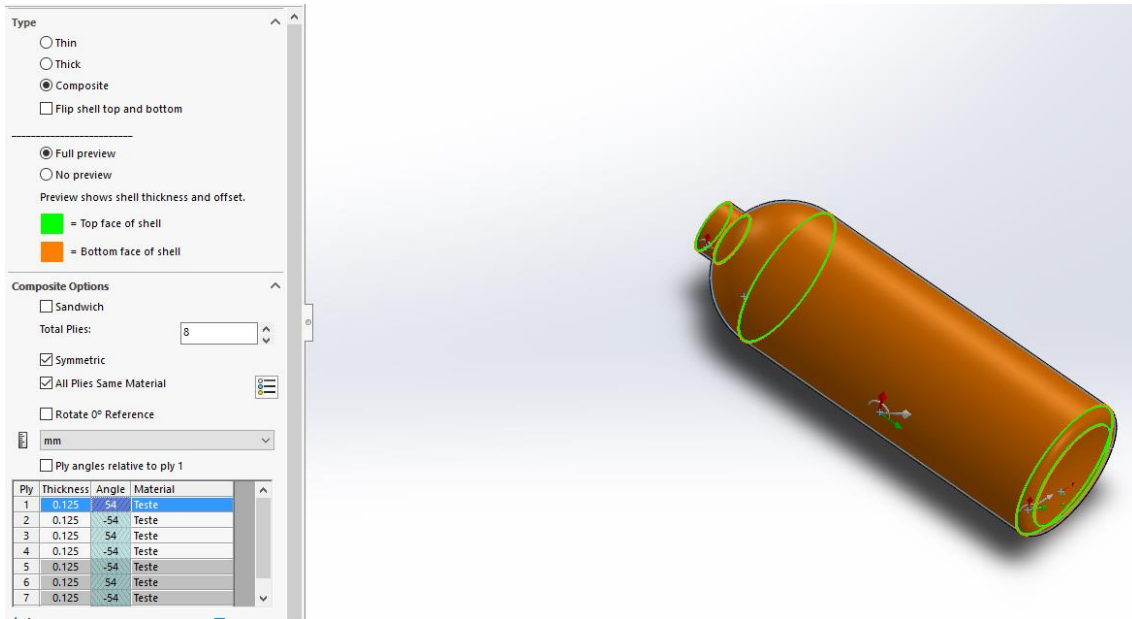


Figura A 1 - Definição do laminado em SolidWorks Simulation

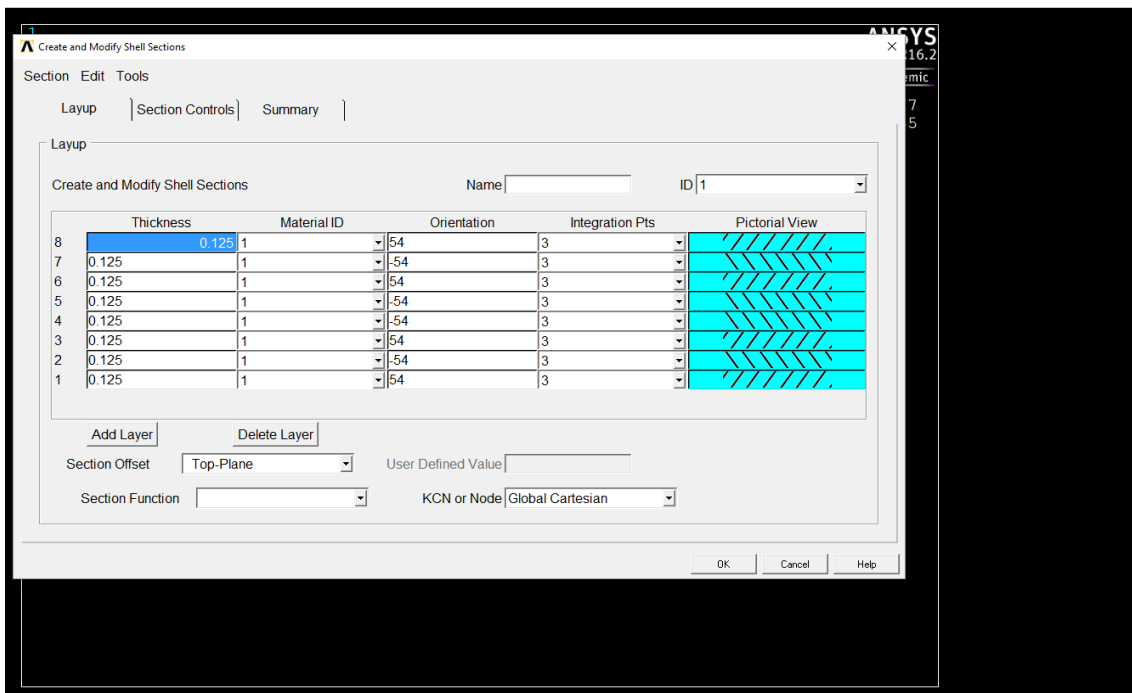


Figura A 2 – Definição do laminado em Ansys Mechanical APDL

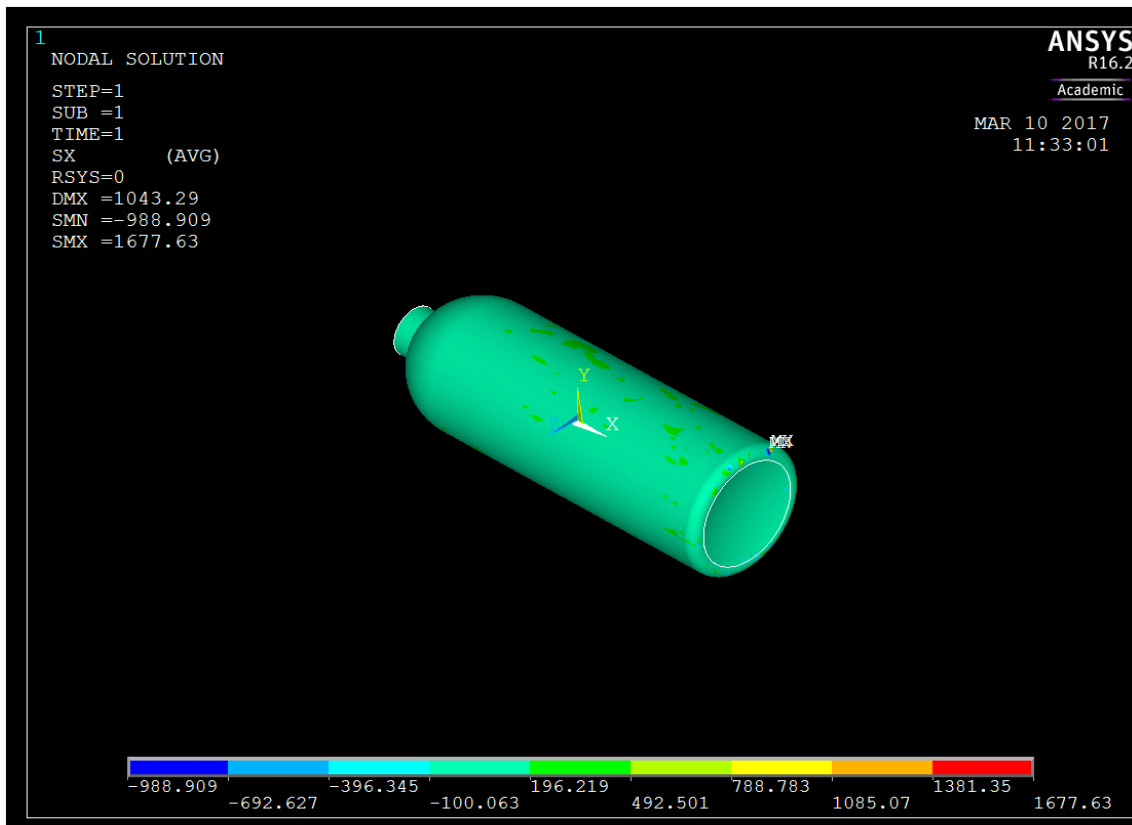


Figura A 3 - Representação de tensão segundo a coordenada global x em Ansys Mechanical APDL

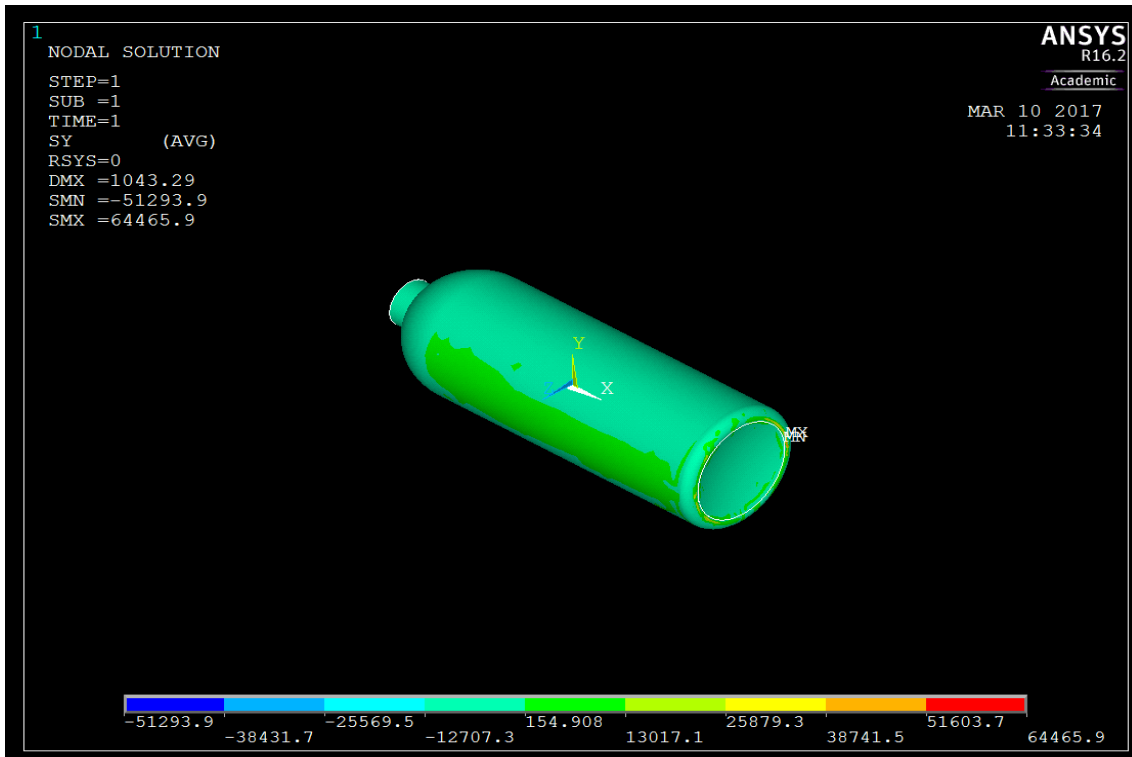


Figura A 4 - Representação de tensão segundo a coordenada global y em Ansys Mechanical APDL

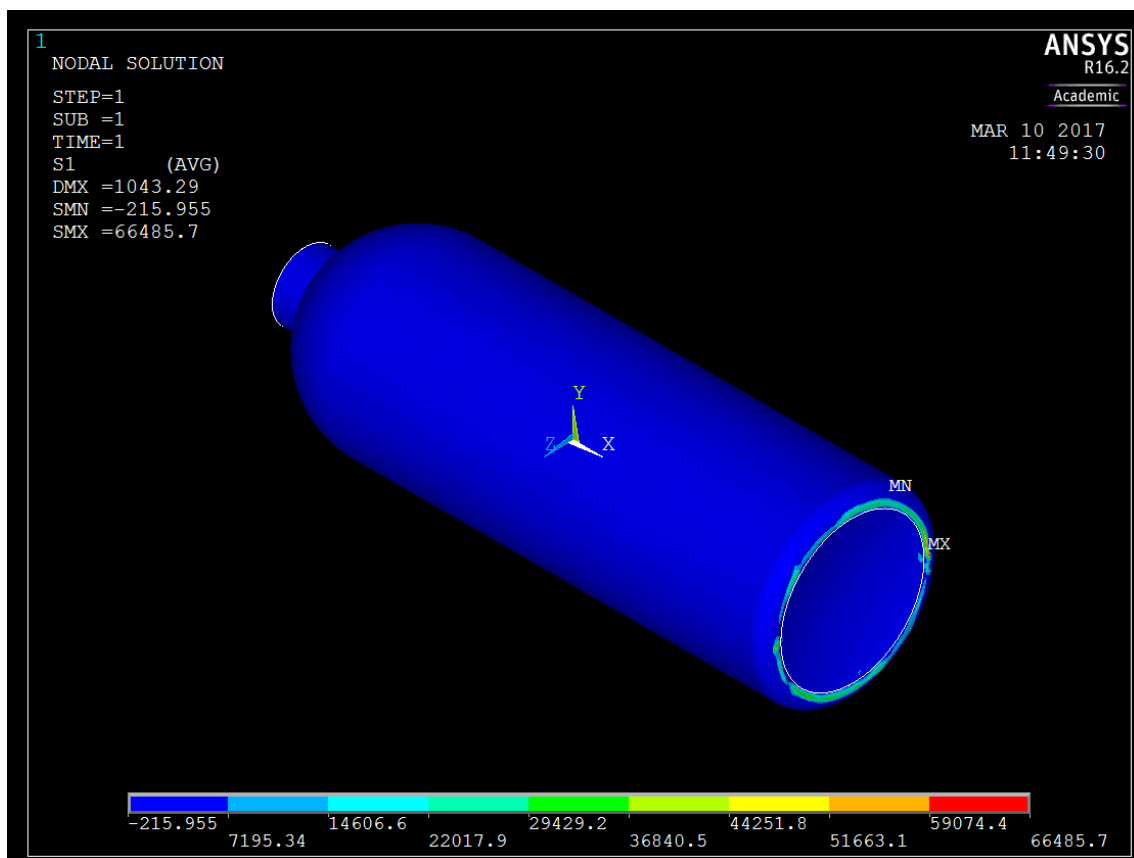


Figura A 5 - Representação de tensão segundo a coordenada local 1 em Ansys Mechanical APDL

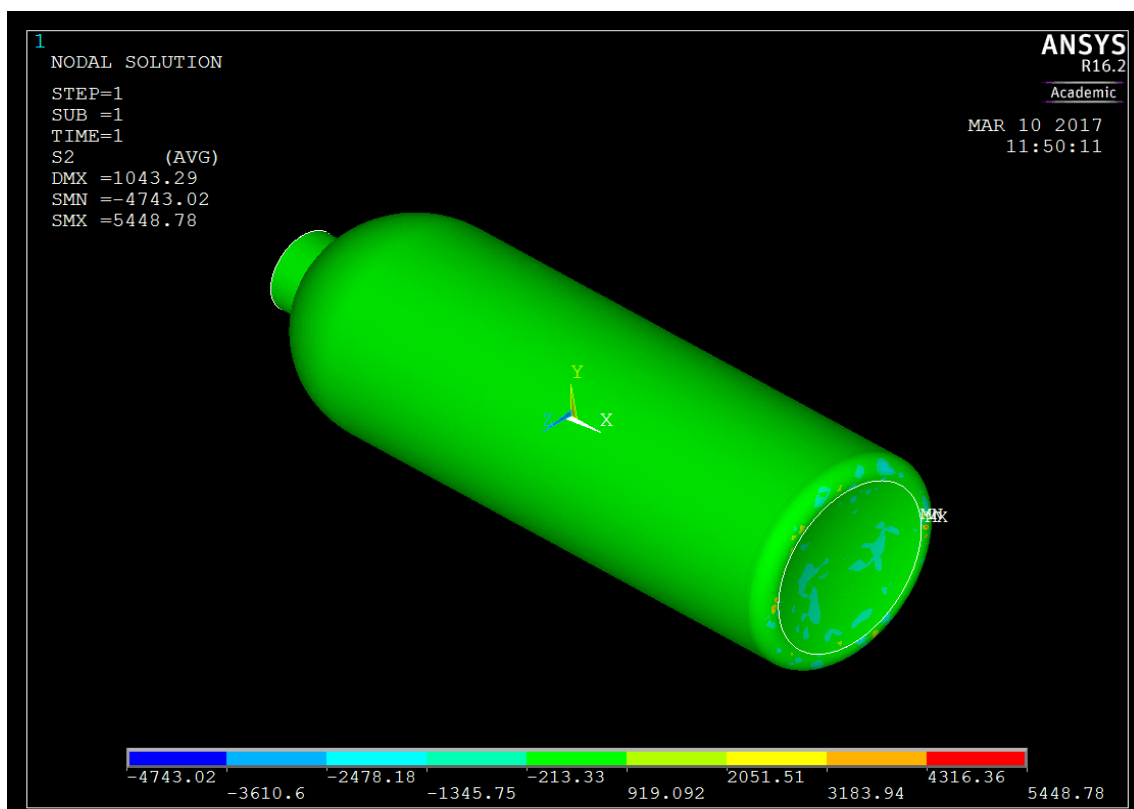


Figura A 6 - Representação de tensão segundo a coordenada local 2 em Ansys Mechanical APDL

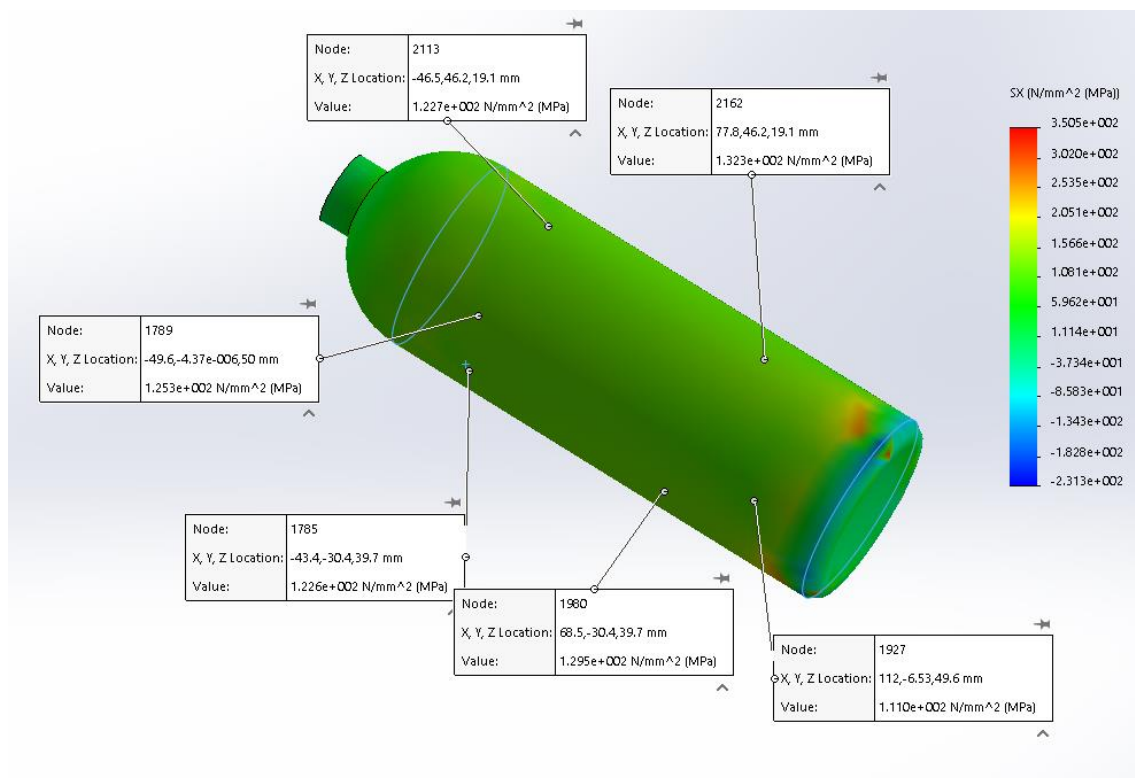


Figura A 7 - Representação de tensão σ_x na casca cilíndrica em SolidWorks

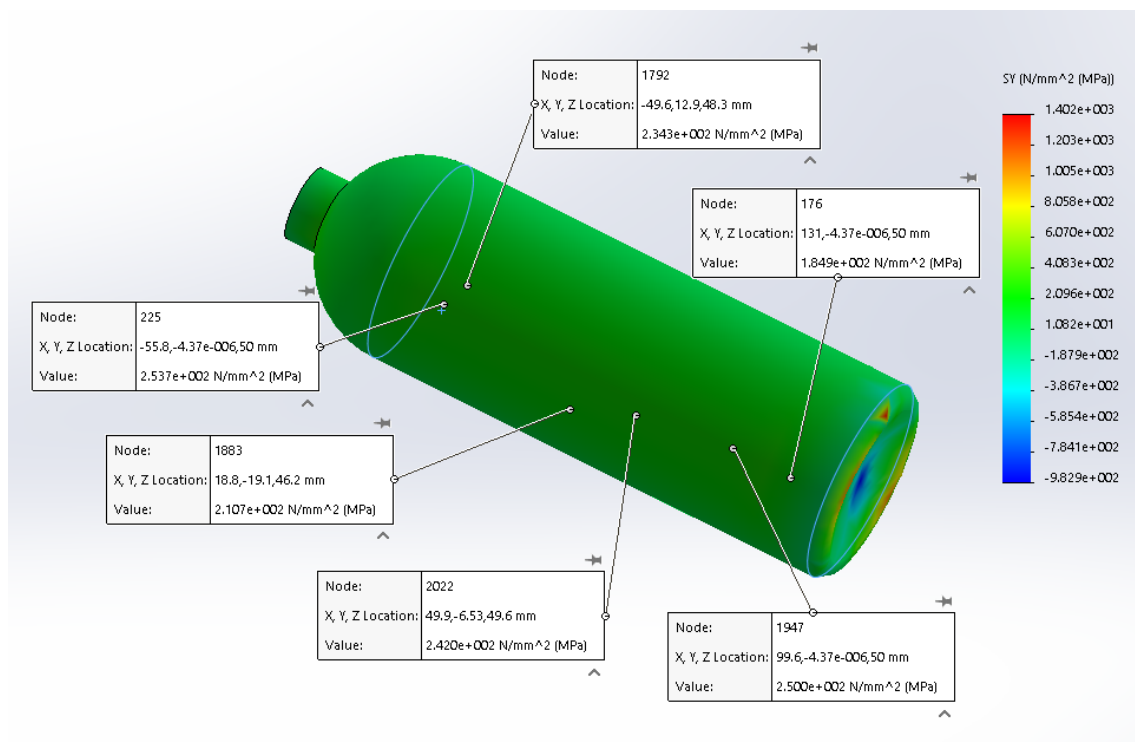


Figura A 8 - Representação de tensão σ_y na casca cilíndrica em SolidWorks

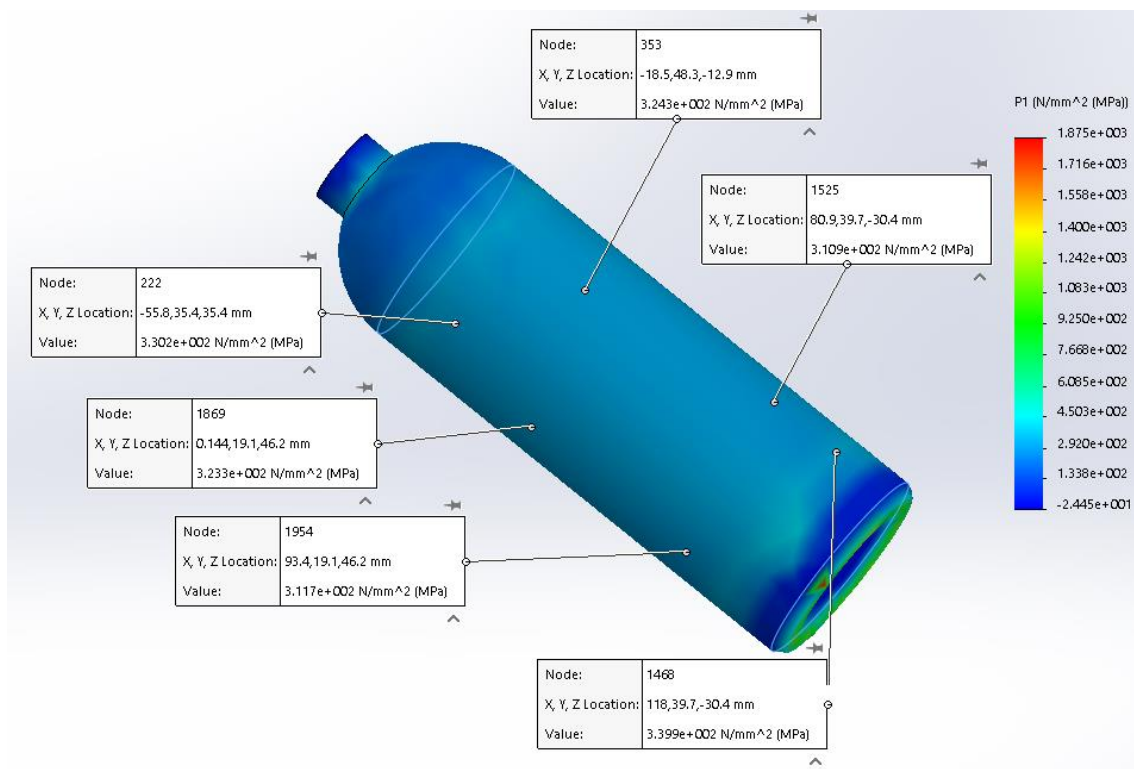


Figura A 9 - Representação de tensão σ_1 na casca cilíndrica em SolidWorks

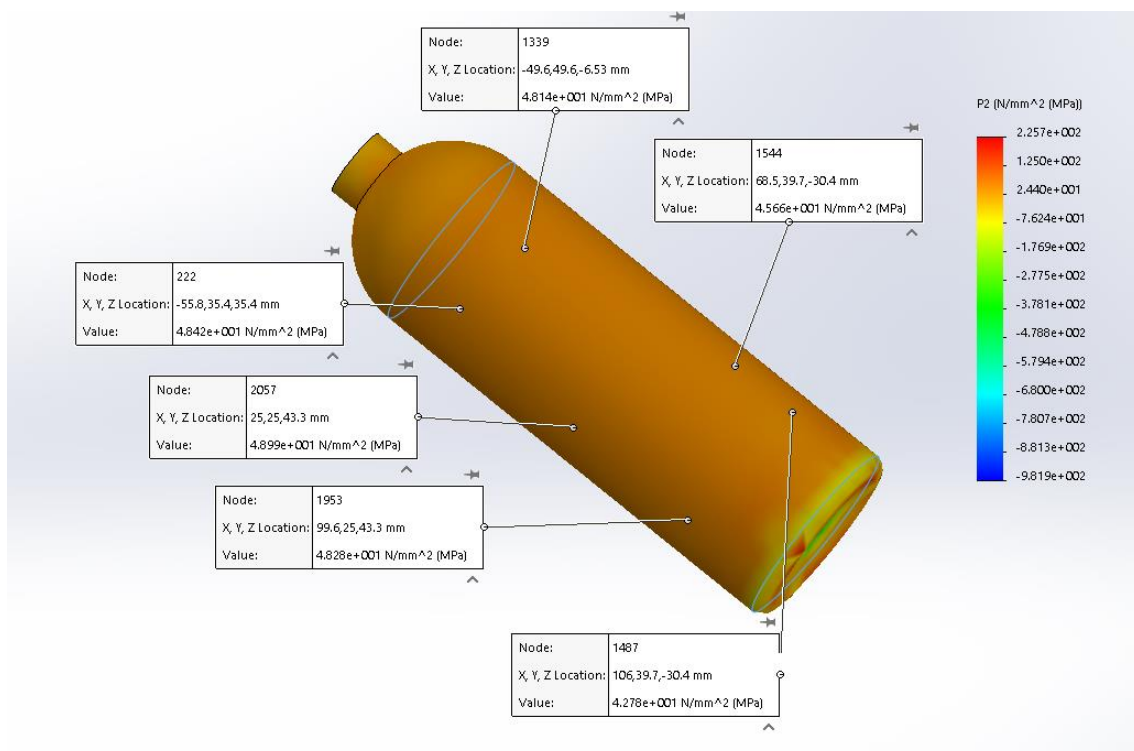


Figura A 10 -Representação de tensão σ_2 na casca cilíndrica em SolidWorks

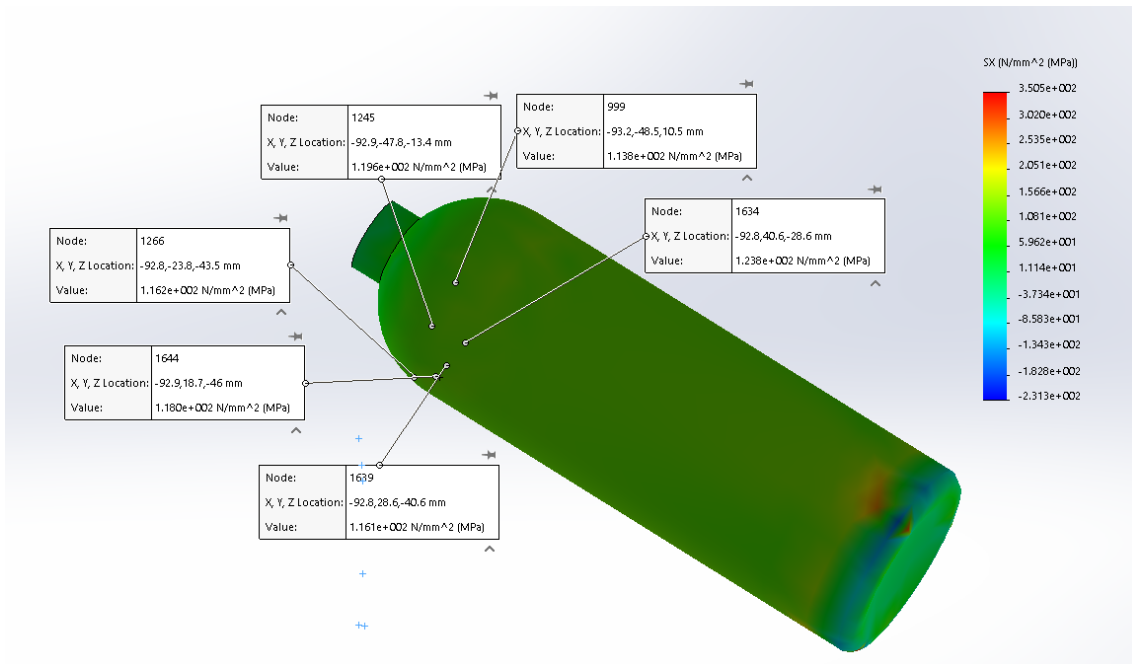


Figura A 11 -Representação de tensão σ_x no topo esférico em SolidWorks

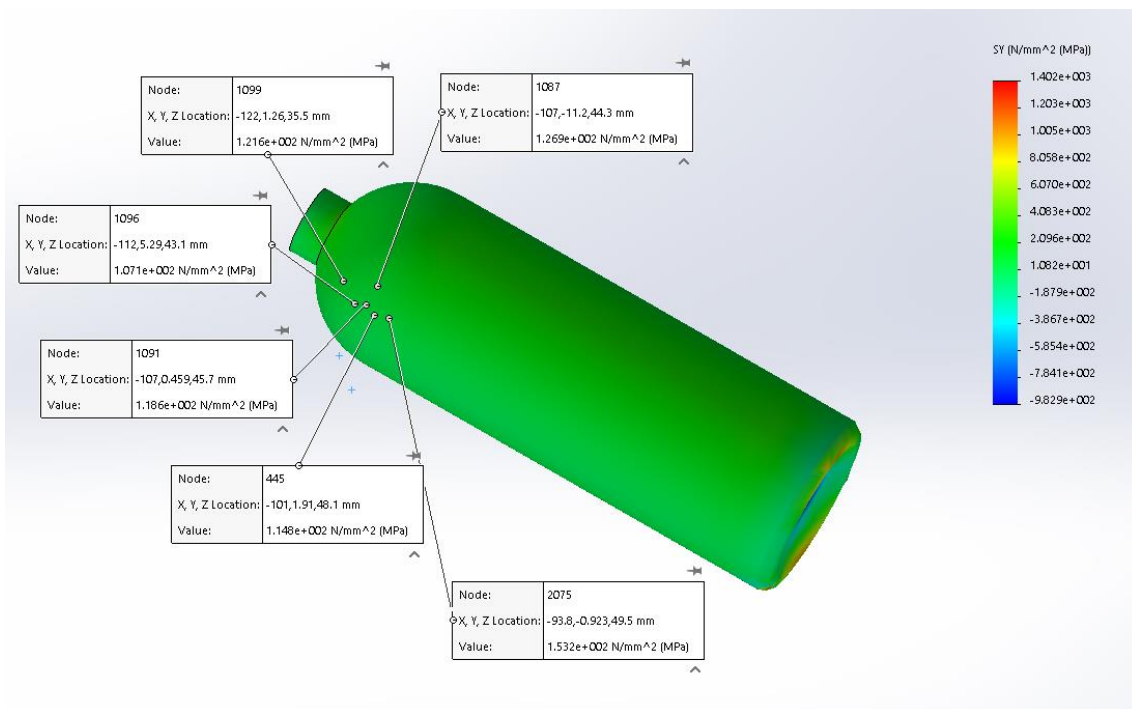


Figura A 12 -Representação de tensão σ_y no topo esférico em SolidWorks

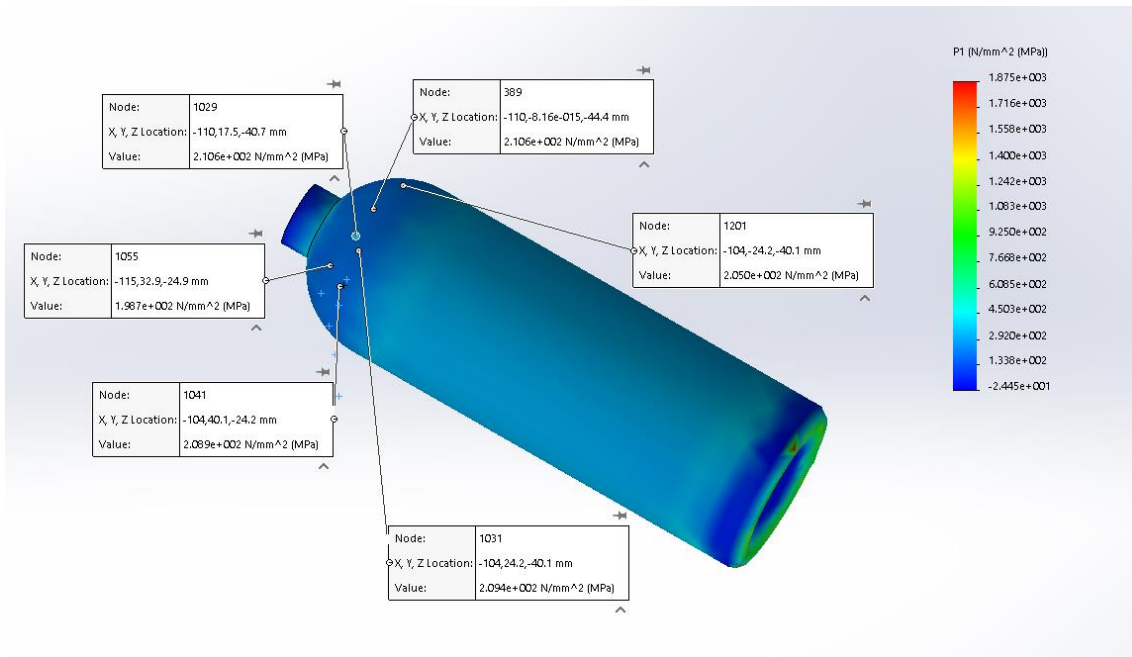


Figura A 13 -Representação de tensão σ_1 no topo esférico em SolidWorks

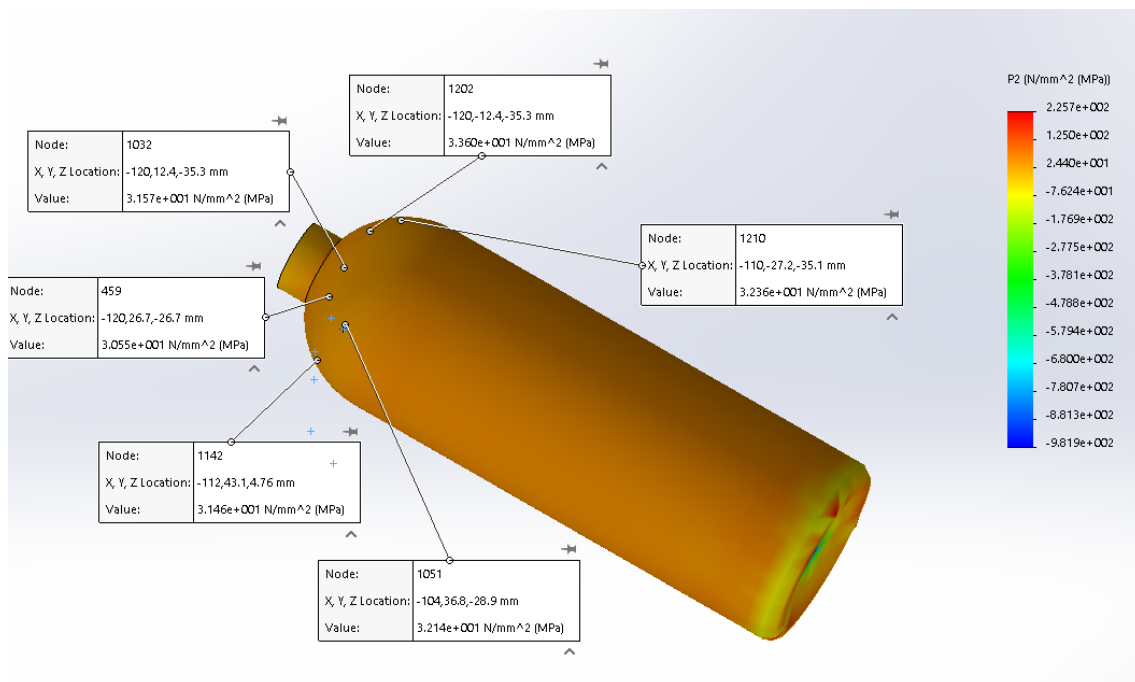


Figura A 14 -Representação de tensão σ_2 no topo esférico em SolidWorks

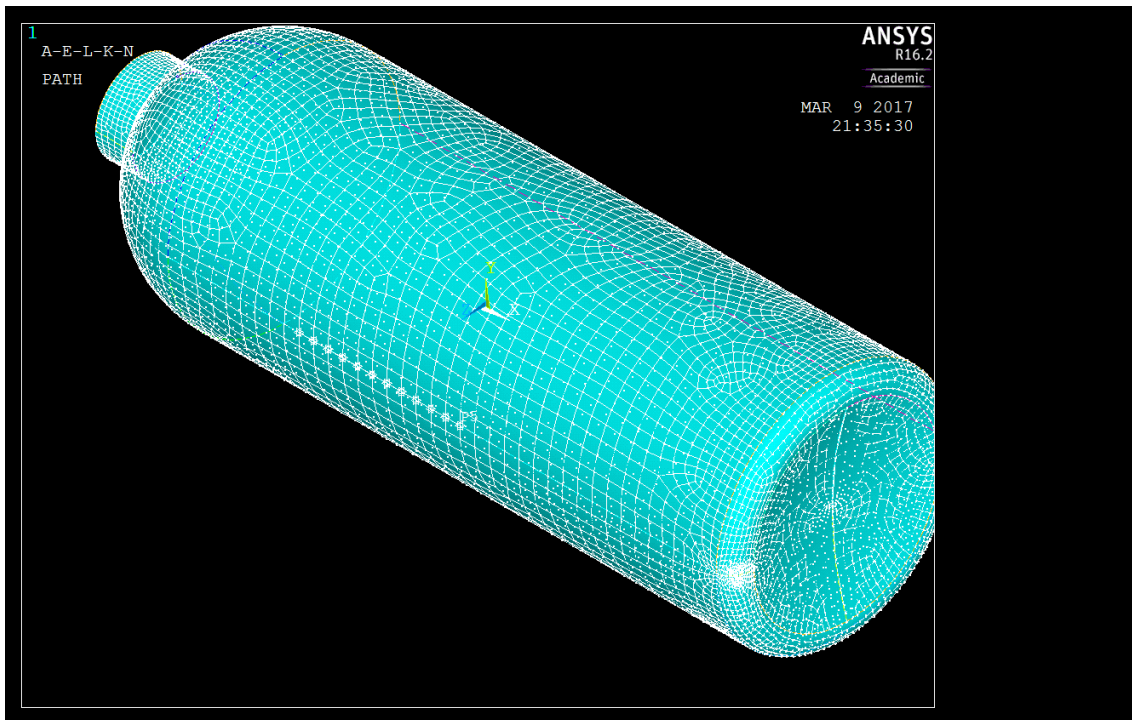


Figura A 15 - Representação dos nós escolhidos para recolha de dados na casca cilíndrica no Ansys Mechanical APDL

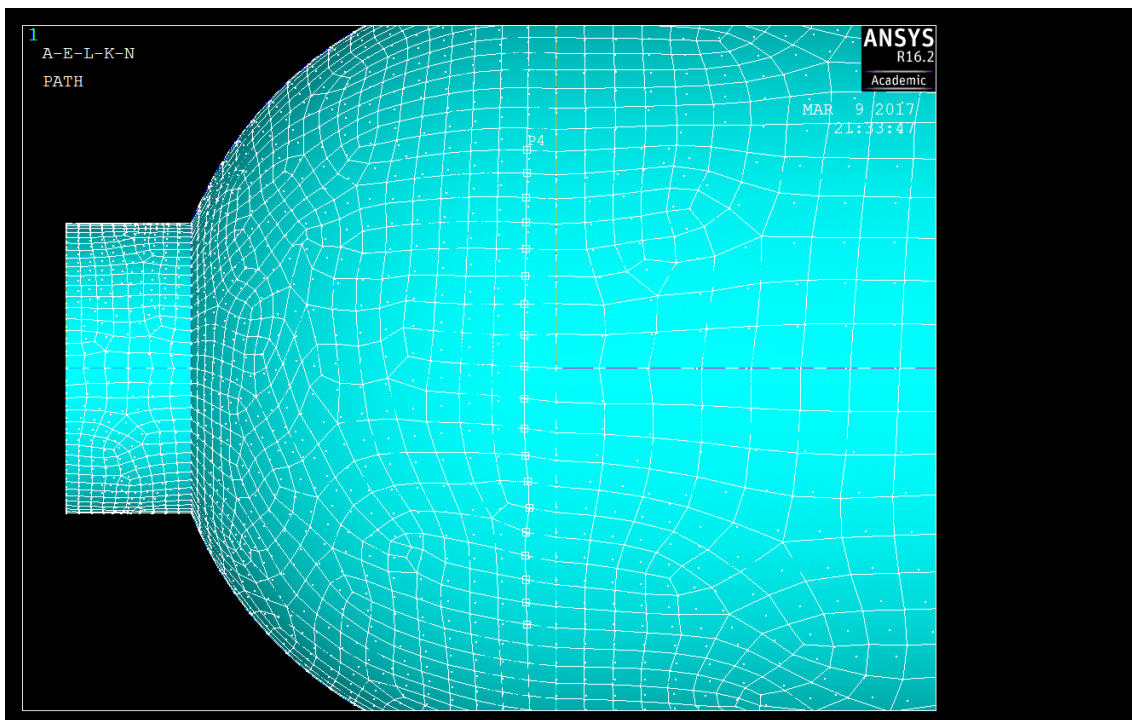


Figura A 16 -Representação dos nós escolhidos para recolha de dados no topo esférico no Ansys Mechanical APDL

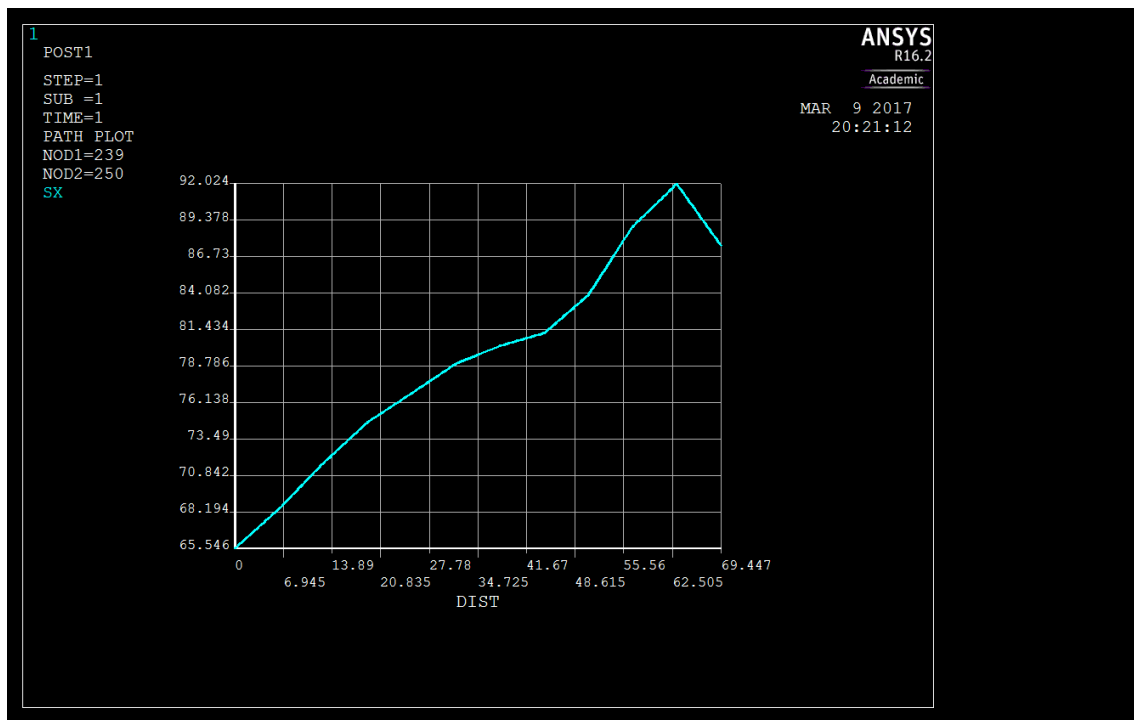


Figura A 17 -Representação de tensão σ_x na casca cilíndrica em Ansys Mechanical APDL

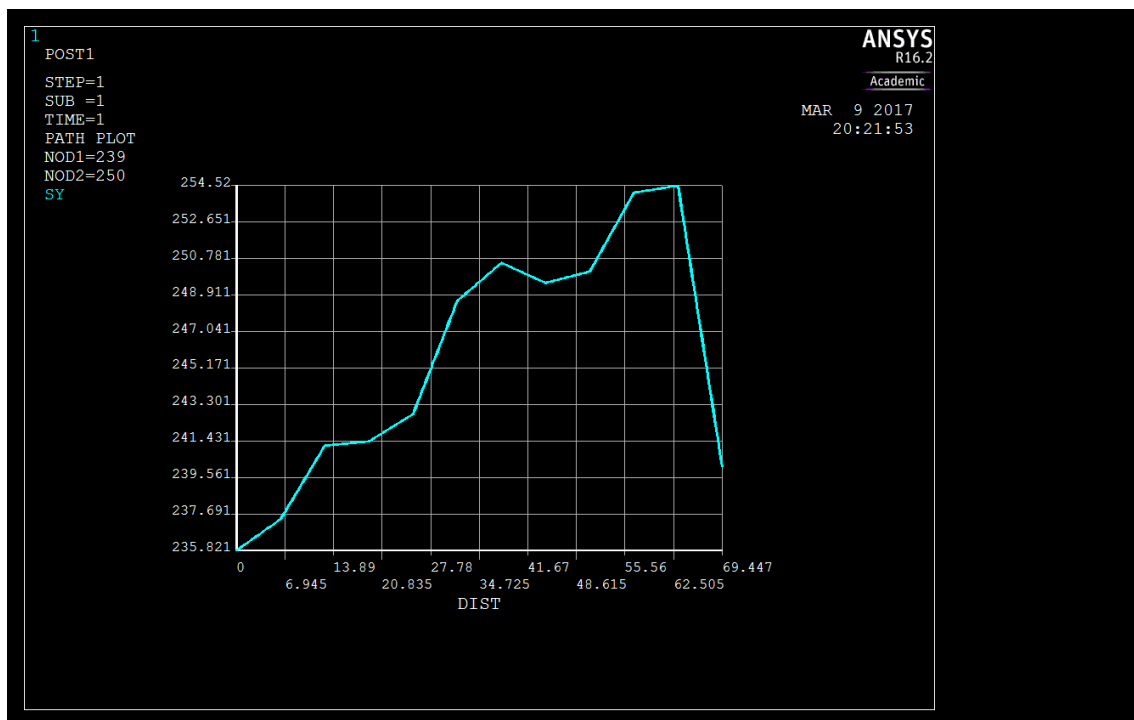


Figura A 18 -Representação de tensão σ_y na casca cilíndrica em Ansys Mechanical APDL

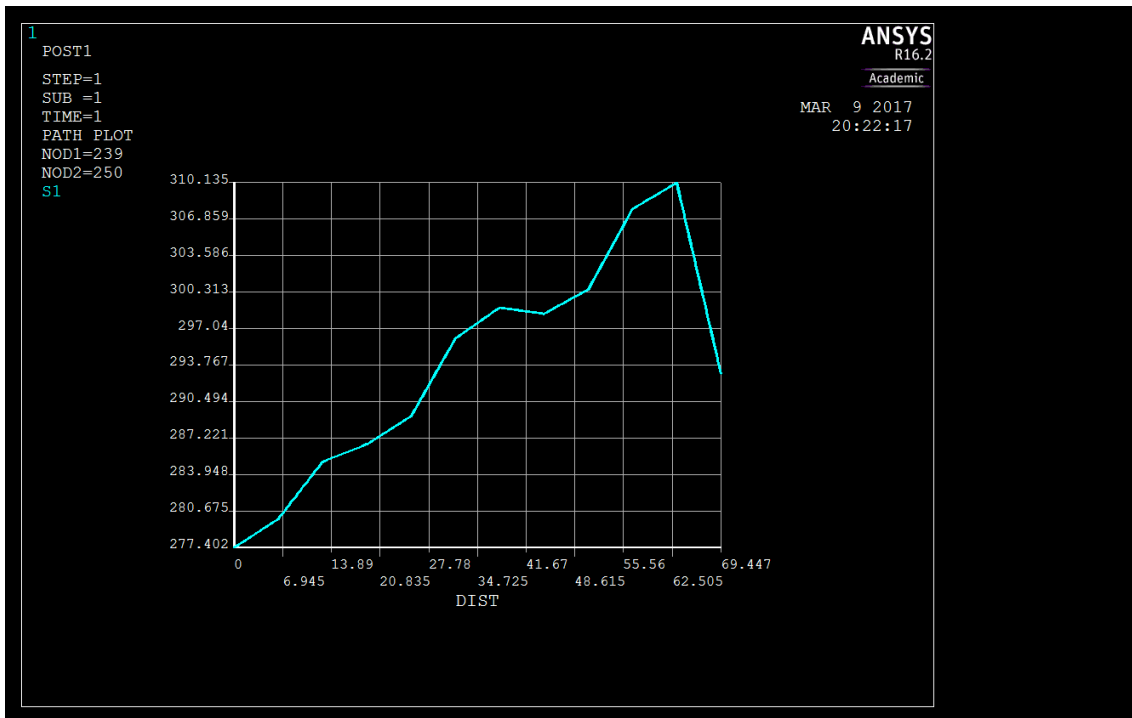


Figura A 19 -Representação de tensão σ_1 na casca cilíndrica em Ansys Mechanical APDL

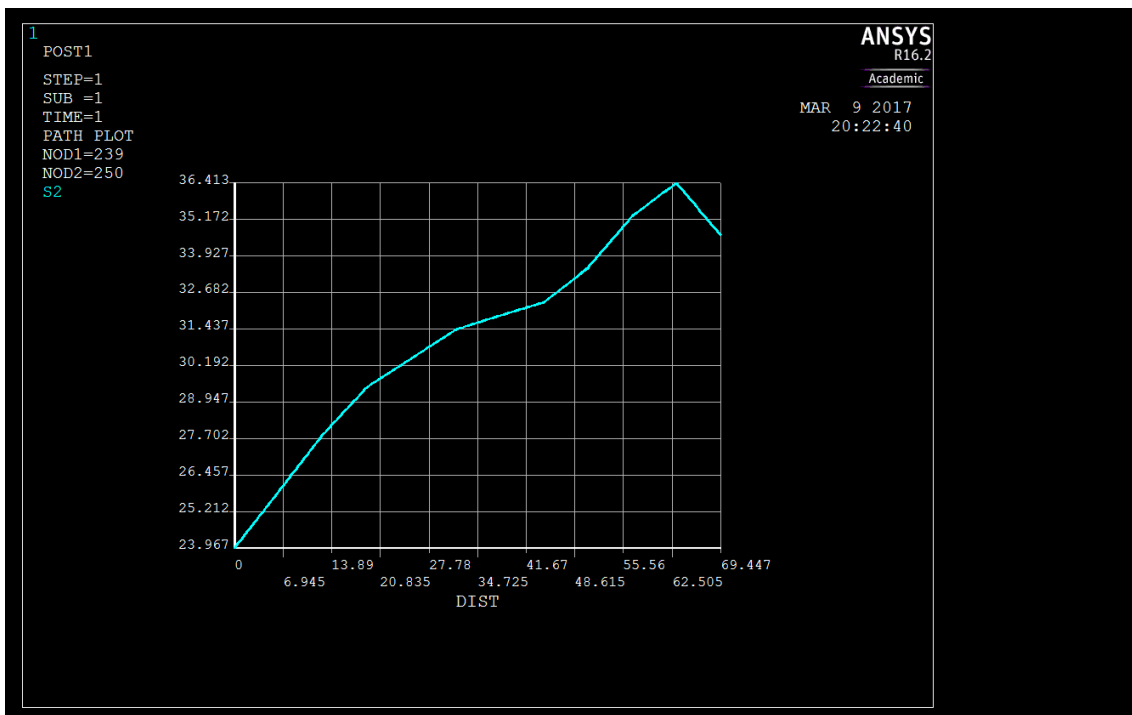


Figura A 20 -Representação de tensão σ_2 na casca cilíndrica em Ansys Mechanical APDL

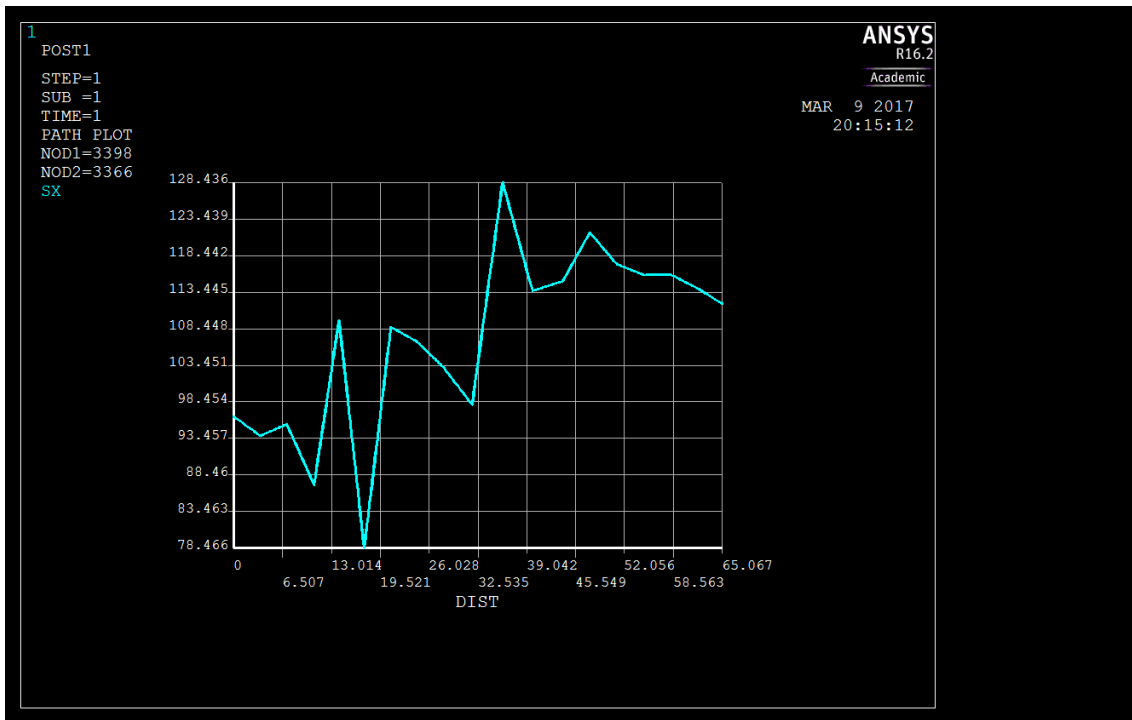


Figura A 21 -Representação de tensão σ_x no topo esférico em Ansys Mechanical APDL

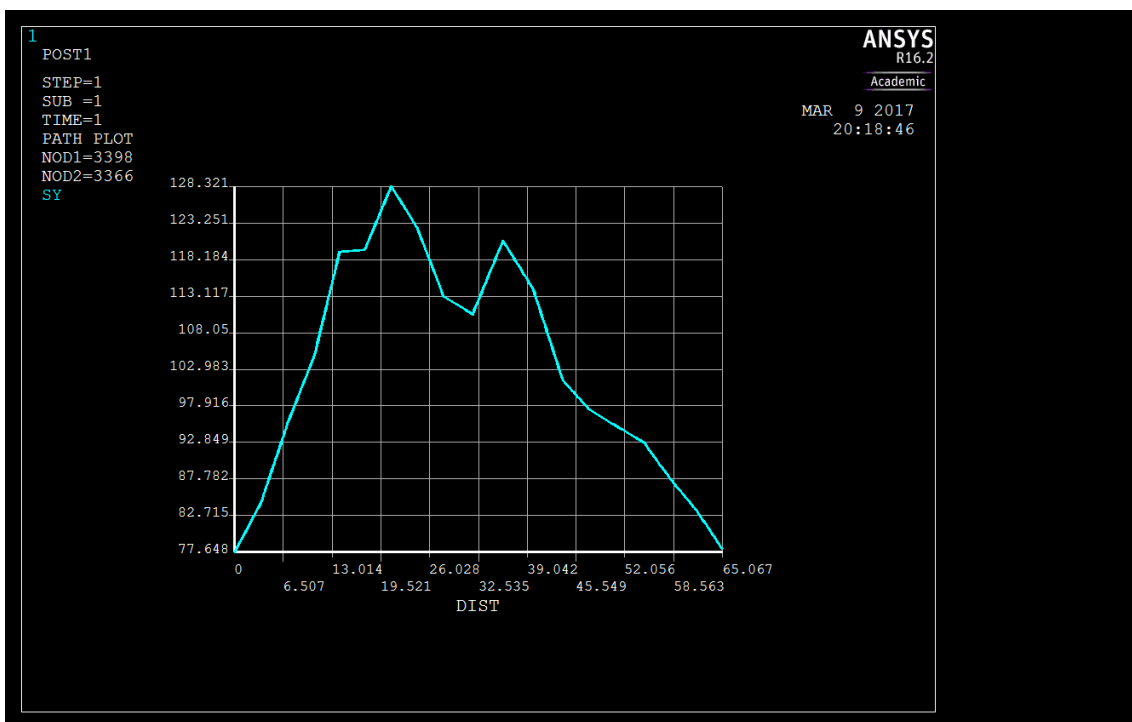


Figura A 22 -Representação de tensão σ_y no topo esférico em Ansys Mechanical APDL

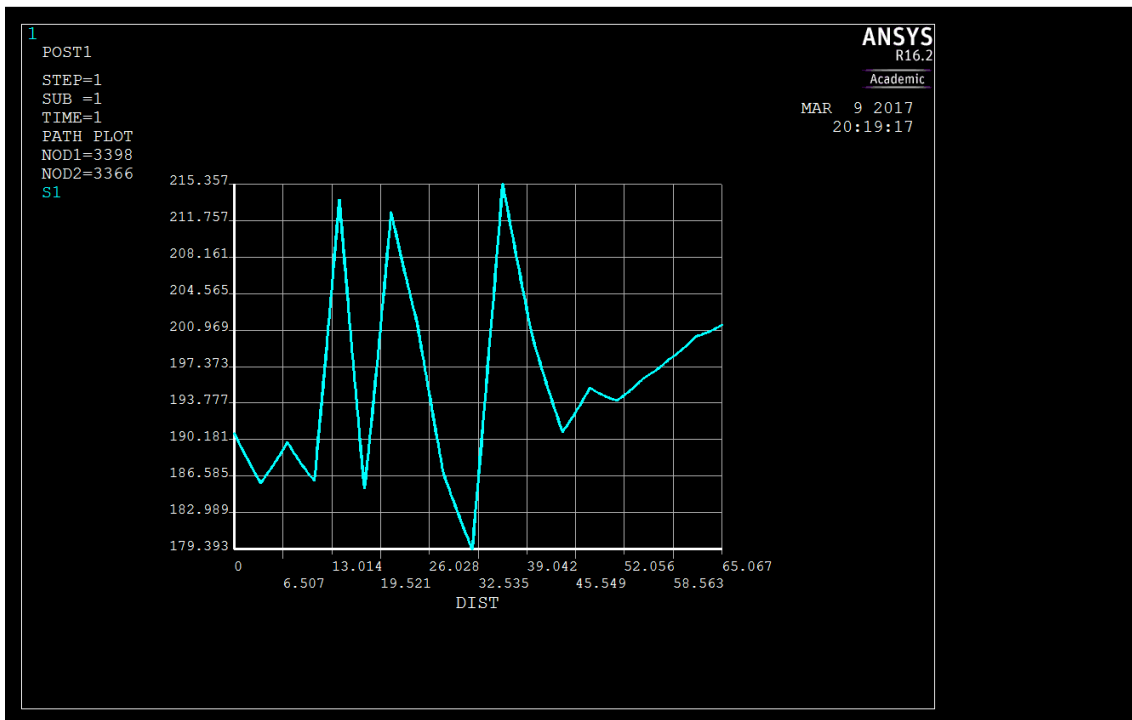


Figura A 23 -Representação de tensão σ_1 no topo esférico em Ansys Mechanical APDL

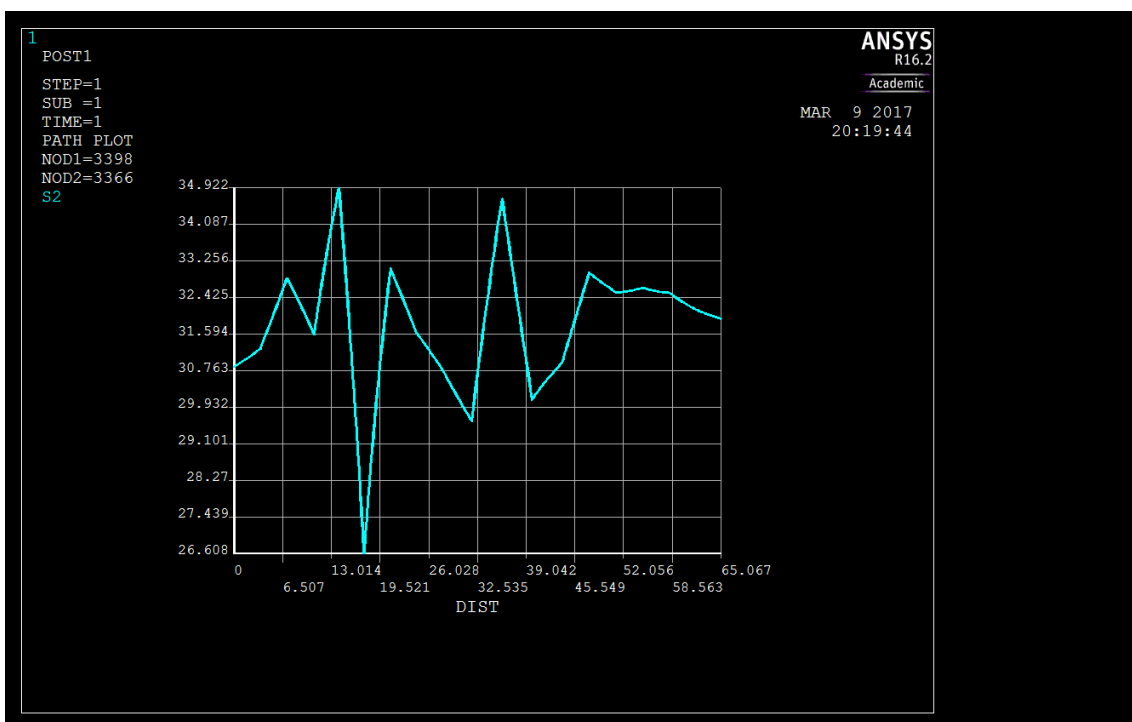


Figura A 24 -Representação de tensão σ_2 no topo esférico em Ansys Mechanical APDL

Anexo B – Ensaio de Pressão Interna: Dados e Representações

Tabela B 1 – Ensaio de Pressão Interna, 1º Carregamento, Fundo Copado (tabela adaptada de [20])

	P (Psi)	P (bar)	C1 (μ€)	C2 (μ€)	C3 (μ€)	εP (μ€)	εQ (μ€)
Carregamento	950	65,5006	0	0	0	0	0
	1200	82,7376	-159	504	273	553,452	-439,452
	1400	96,5272	159	953	421	965,818	-385,818
	2000	137,896	692	1628	568	1629,9	-369,924
	2200	151,685	1041	2008	597	2028,5	-390,547
	2400	165,475	1206	2148	2827	2837,6	1195,4
Descarregamento	2000	137,896	935	1819	256	1865,2	-674,229
	1800	124,106	717	1563	126	1600,6	-757,628
	1600	110,316	450	1248	84	1264,9	-730,923
	1400	96,5272	387	1172	-40	1194,6	-847,570
	1200	82,7376	265	1043	-82	1058,7	-875,689
	950	65,5006	47	770	-164	776,690	-893,690

Tabela B 2 -Ensaio de Pressão Interna, 1º Carregamento, Corpo Cilíndrico (tabela adaptada de [20])

	P (Psi)	P (bar)	C1 (μ€)	C2 (μ€)	C3 (μ€)	εP (μ€)	εQ (μ€)
Carregamento	950	65,5006	0	0	0	0	0
	1200	82,7376	598	409	511	706,363	402,637
	1400	96,5272	1034	716	879	1209,179	703,821
	2000	137,896	1646	1137	1369	1903,041	1111,959
	2200	151,685	2025	1396	1637	2307,299	1354,701
	2400	165,475	2177	1503	1726	2453,499	1449,501
Descarregamento	2000	137,896	1871	1297	1466	2091,606	1245,394
	1800	124,106	1616	1124	1252	1793,477	1074,523
	1600	110,316	1325	915	990	1452,224	862,776
	1400	96,5272	1221	845	906	1332,848	794,152
	1200	82,7376	1095	756	789	1182,842	701,158
	950	65,5006	854	588	589	909,592	533,408

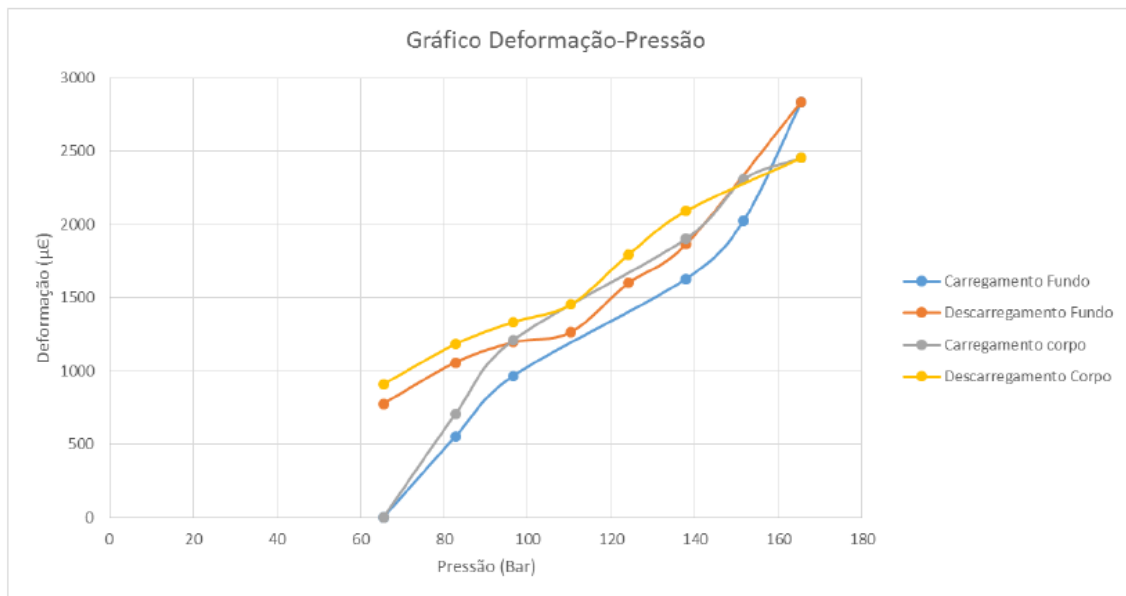


Figura B 1 – Gráfico Deformação-Pressão do 1º Carregamento (figura adaptada de [20])

Tabela B 3 - Ensaio de Pressão Interna, 2º Carregamento, Fundo Copado (tabela adaptada de [20])

	P (Psi)	P (bar)	C1 ($\mu\epsilon$)	C2 ($\mu\epsilon$)	C3 ($\mu\epsilon$)	ϵP ($\mu\epsilon$)	ϵQ ($\mu\epsilon$)
Carregamento	0	0	0	0	0	0	0
	950	65,5006	136	543	294	552,380	-122,380
	1200	82,7376	331	803	370	803,420	-102,420
	1400	96,5272	548	1060	451	1062,094	-63,094
	1600	110,316	690	1251	522	1256,447	-44,447
	1800	124,106	841	1405	564	1418,523	-13,523
	2000	137,896	1006	1637	652	1656,160	1,840
Descarregamento	2200	151,685	1240	1922	759	1952,834	46,466
	2000	137,896	1101	1748	616	1780,463	-63,463
	1800	124,106	898	1520	492	1544,608	-154,608
	1600	110,316	775	1367	424	1386,810	-187,810
	1400	96,5272	578	1141	311	1153,679	-264,679
	1200	82,7376	456	989	261	996,494	-279,494
	950	65,5006	246	748	181	748,987	-321,987
	0	0	-15	13	-46	15,679	-76,679

Tabela B 4 - Ensaio de Pressão Interna, 2º Carregamento, Corpo Cilíndrico (tabela adaptada de [20])

	P (Psi)	P (bar)	C1 ($\mu\epsilon$)	C2 ($\mu\epsilon$)	C3 ($\mu\epsilon$)	ϵP ($\mu\epsilon$)	ϵQ ($\mu\epsilon$)
Carregamento	0	0	0	0	0	0	0
	1200	82,7376	848	596	768	1023,741	592,259
	1400	96,5272	1082	745	935	1282,059	734,941
	1600	110,316	1261	895	1135	1507,480	888,520
	1800	124,106	1413	980	1211	1659,023	964,977
	2000	137,896	1647	1155	1446	1950,694	1142,306
	2200	151,685	1910	1332	2420	3036,157	1293,843
Descarregamento	2000	137,896	1730	1201	1472	2021,287	1180,713
	1800	124,106	1513	1064	1302	1766,836	1048,164
	1600	110,316	1341	938	1130	1551,152	919,848
	1400	96,5272	1134	799	989	1333,828	789,172
	1200	82,7376	973	677	814	1124,135	662,865
	950	65,5006	761	535	648	883,169	525,831
	0	0	2	10	-5	10,521	-13,521

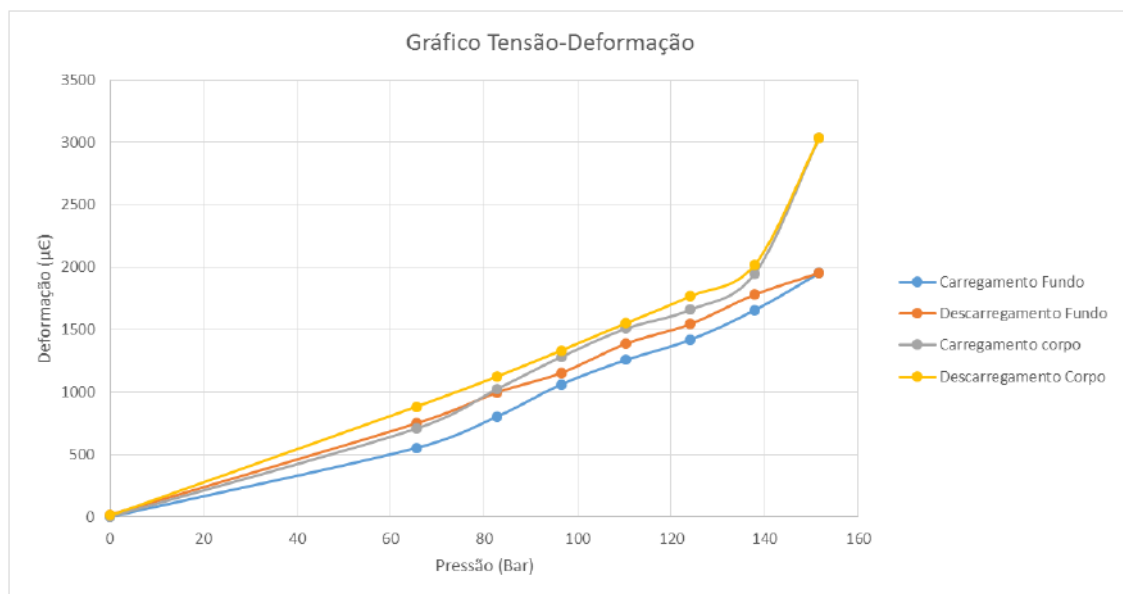


Figura B 2 - Gráfico Deformação-Pressão do 2º Carregamento (figura adaptada de [20])

Anexo C – Detalhes das simulações numéricas da garrafa Stako

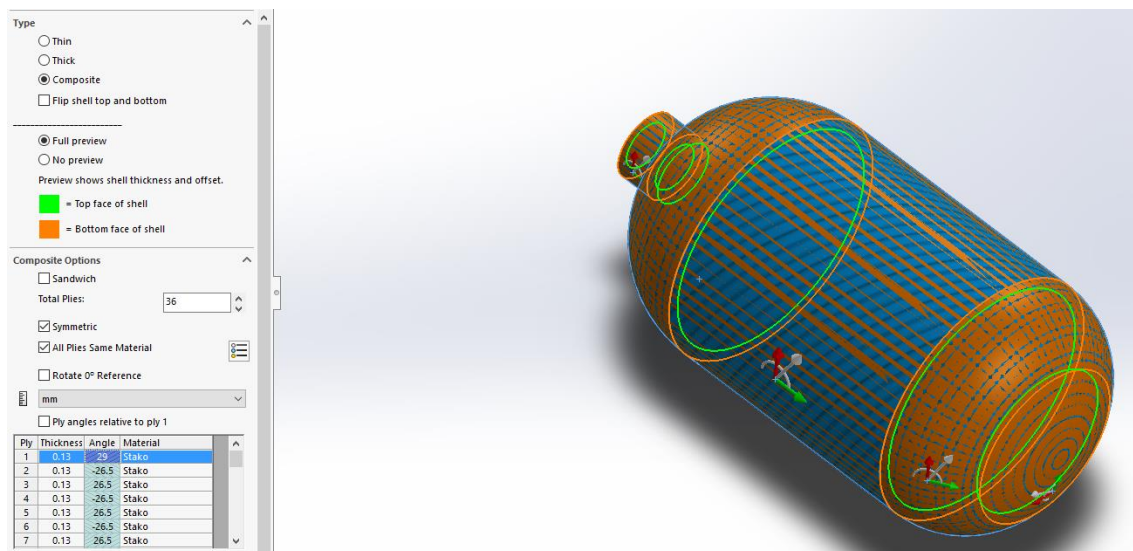


Figura C 1 - Definição do laminado em SolidWorks Simulation

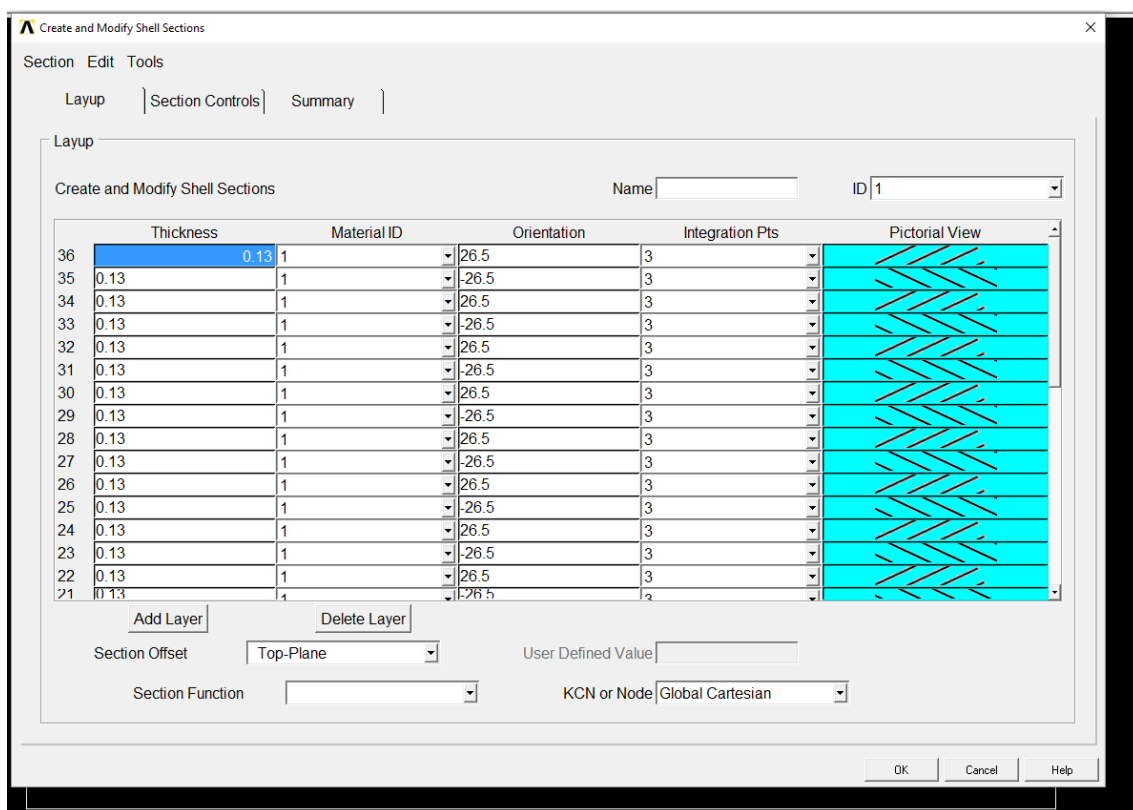


Figura C 2 - Definição do laminado em Ansys Mechanical APDL

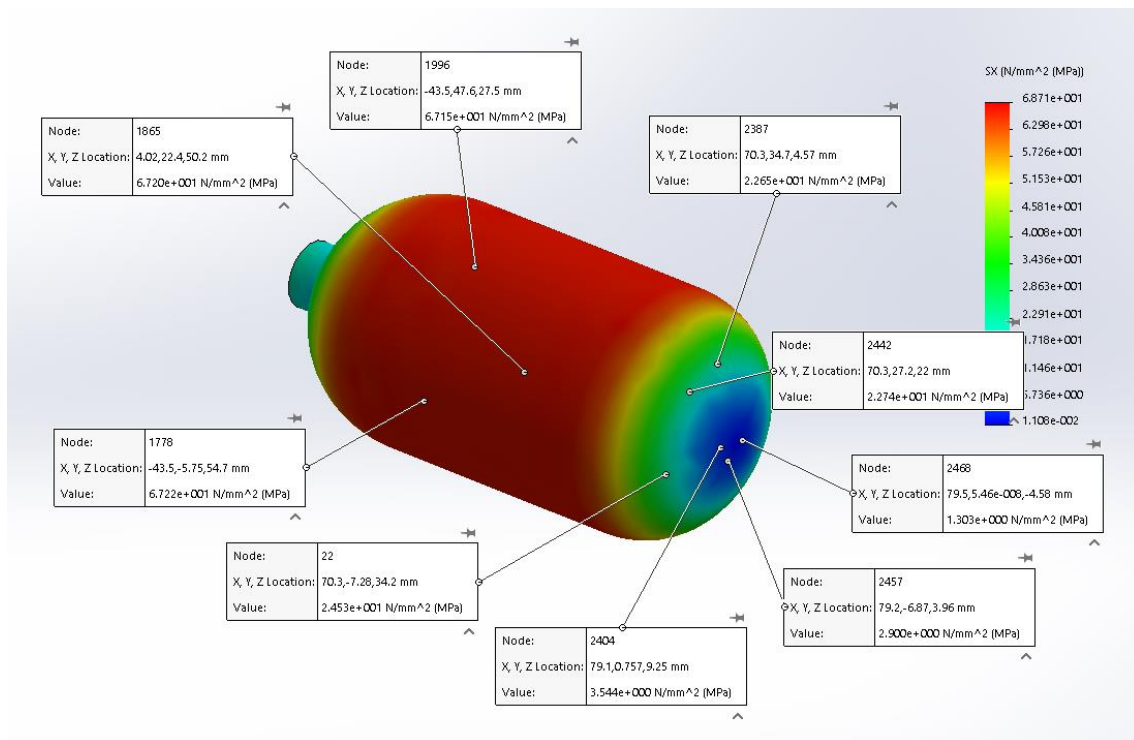


Figura C 3 - Representação da tensão σ_x da garrafa Stako em 3 zonas distintas a 110 bar em SolidWorks

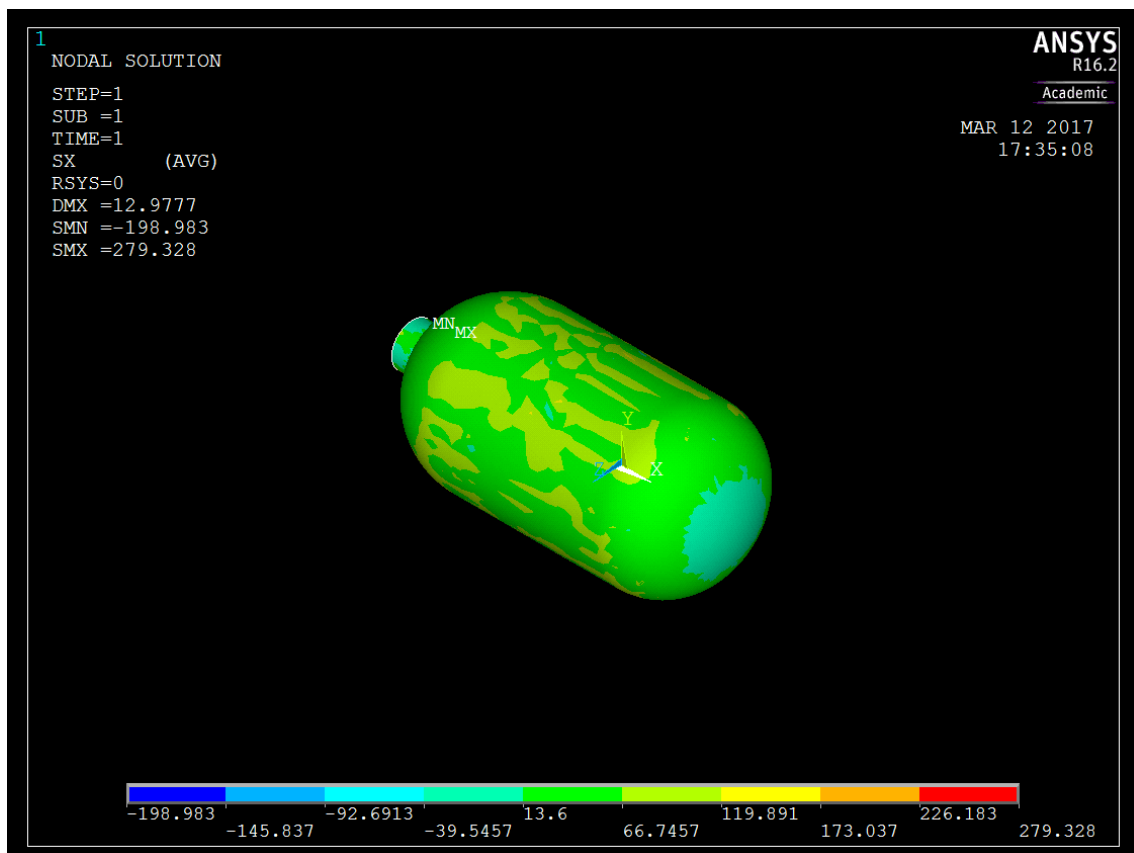


Figura C 4 -Representação da tensão σ_x da garrafa Stako a 110 bar em Ansys Mechanical APDL

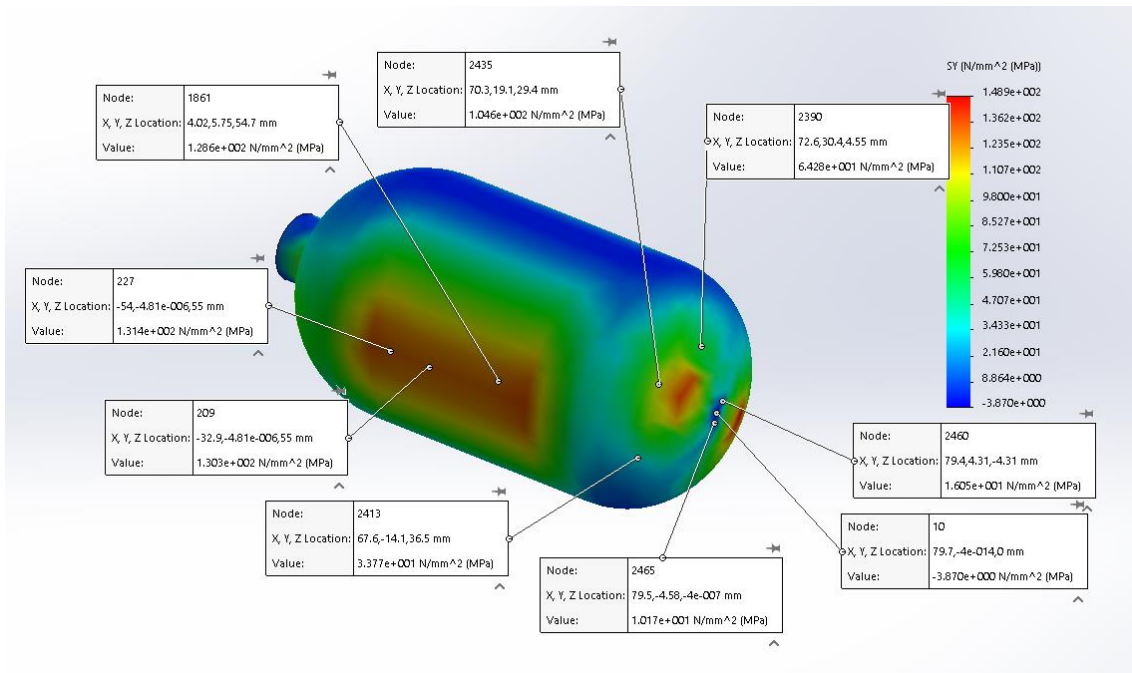


Figura C 5 - Representação da tensão σ_y da garrafa Stako em 3 zonas distintas a 110 bar em SolidWorks

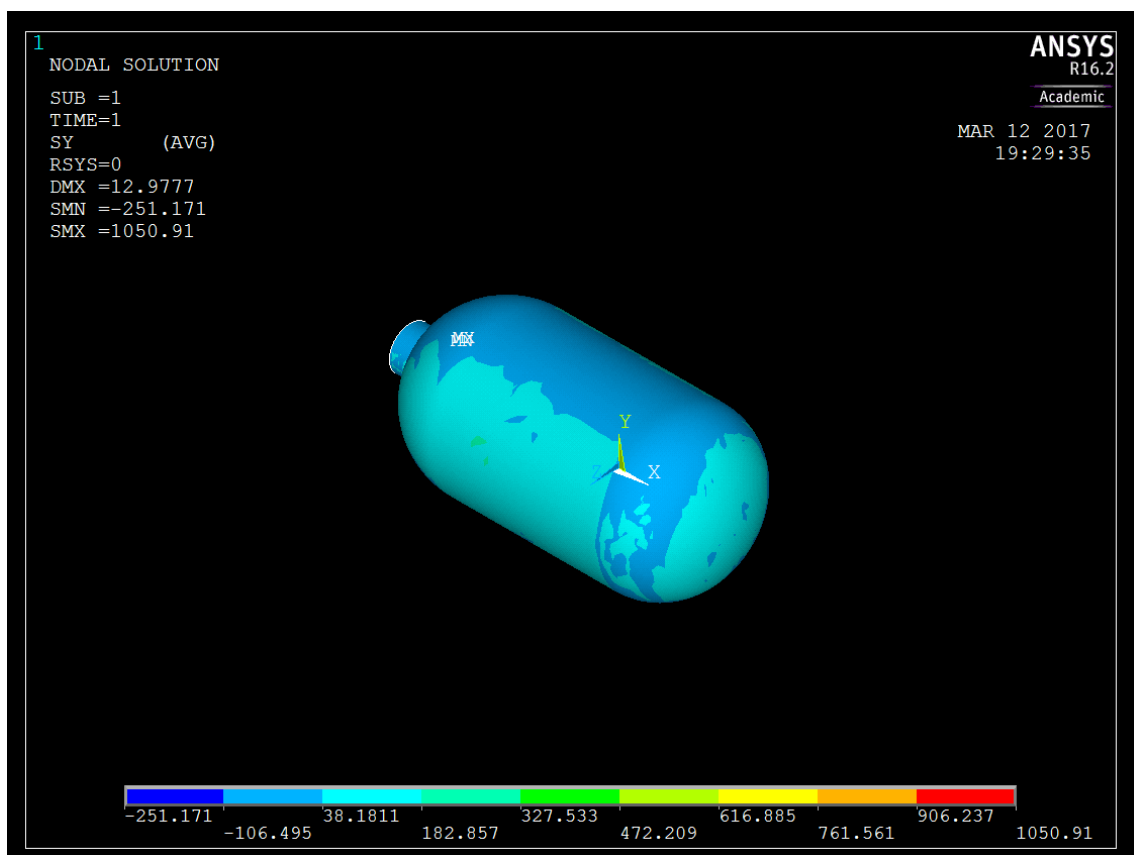


Figura C 6 - Representação da tensão σ_y da garrafa Stako a 110 bar em Ansys Mechanical APDL

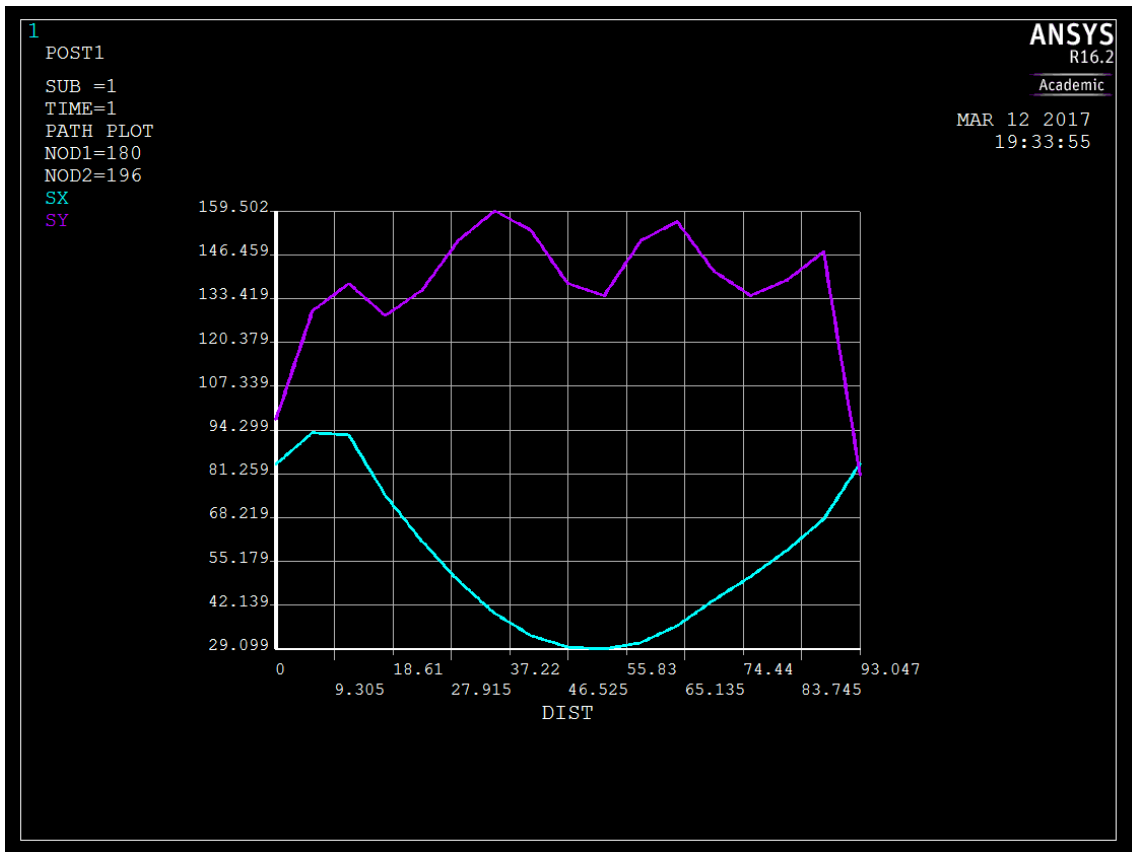


Figura C 7 -Representação de tensão σ_x (a azul) e σ_y (a roxo)na casca cilíndrica em Ansys Mechanical APDL

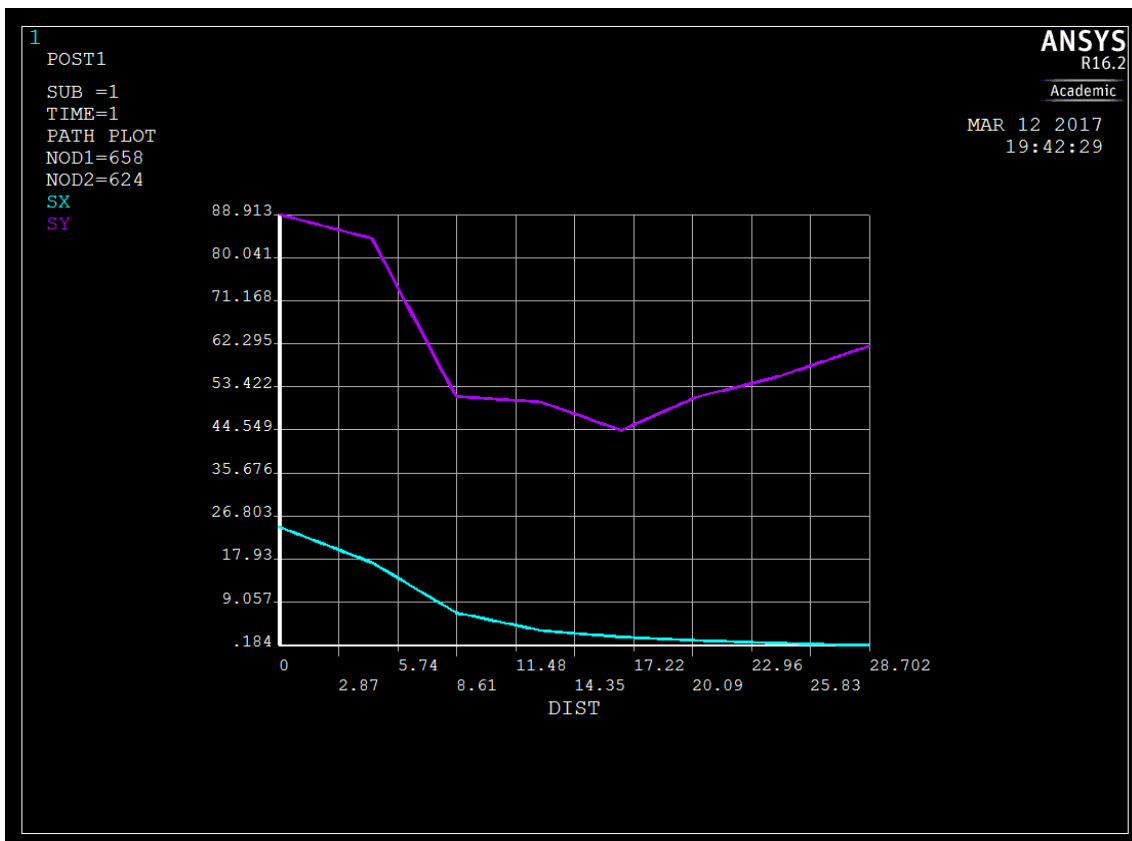


Figura C 8 -Representação de tensão σ_x (a azul) e σ_y (a roxo) na calote esférica em Ansys Mechanical APDL

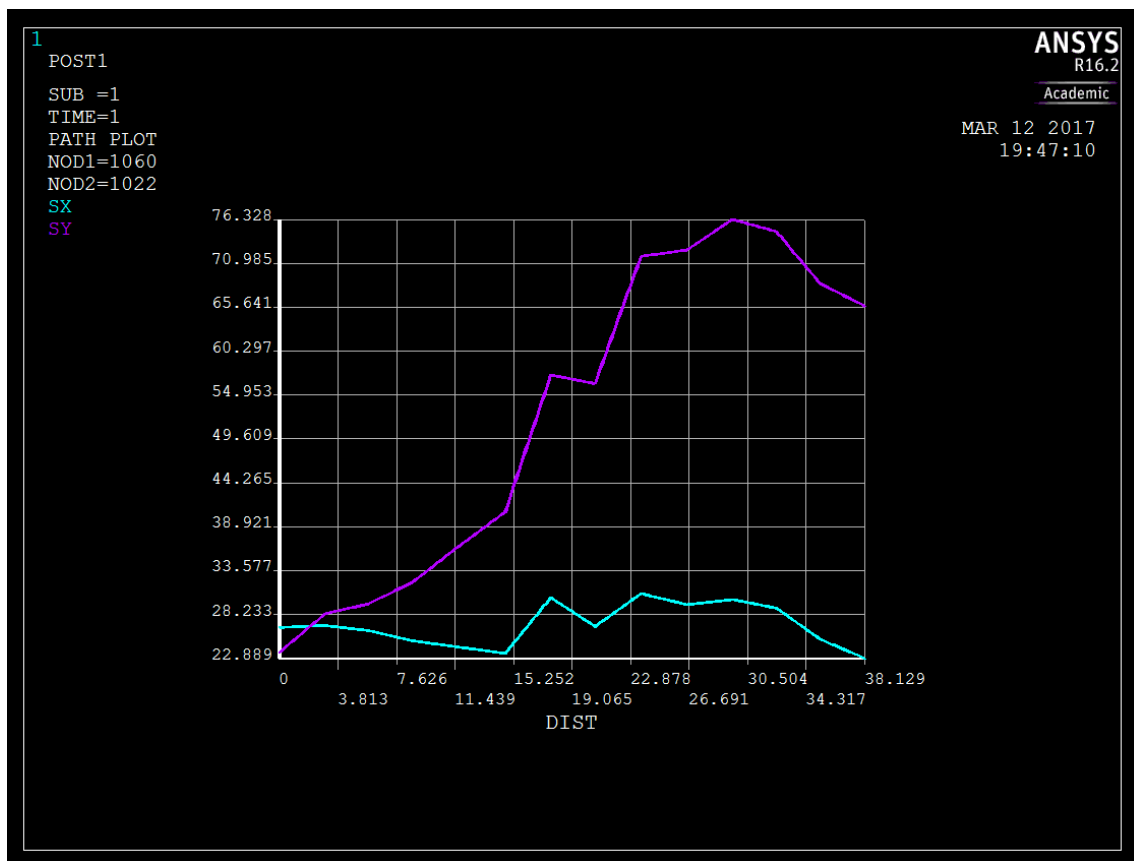


Figura C 9 -Representação de tensão σ_x (a azul) e σ_y (a roxo) na concordância toroidal em Ansys Mechanical APDL

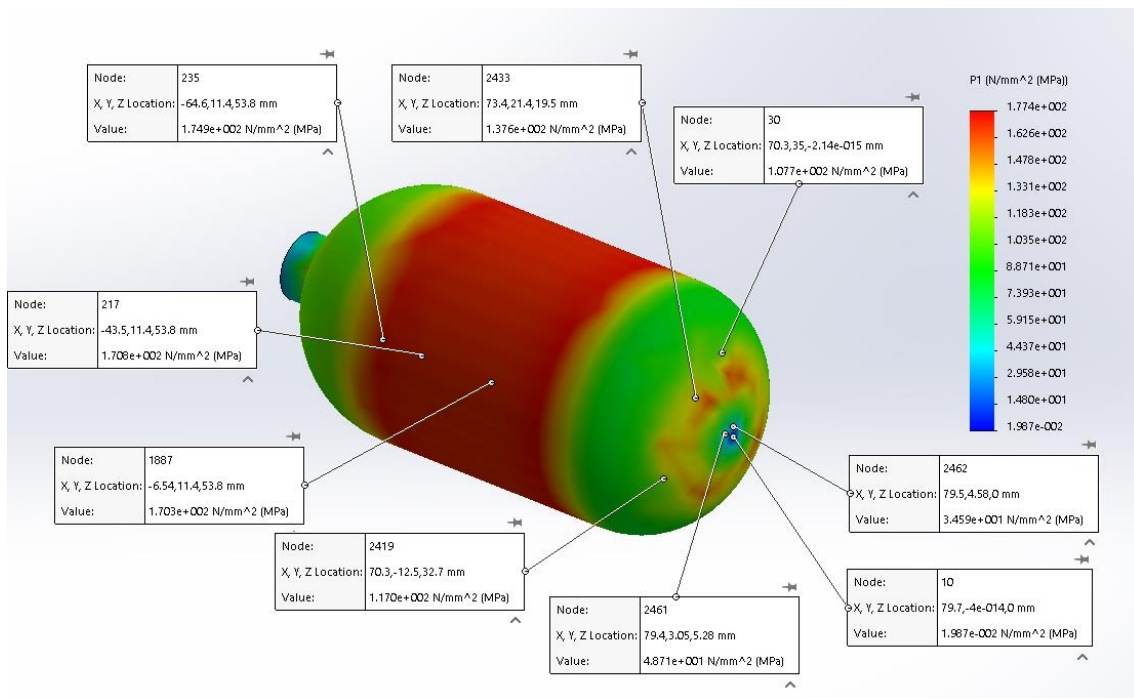


Figura C 10 - Representação da tensão σ_1 da garrafa Stako em 3 zonas distintas a 110 bar em SolidWorks

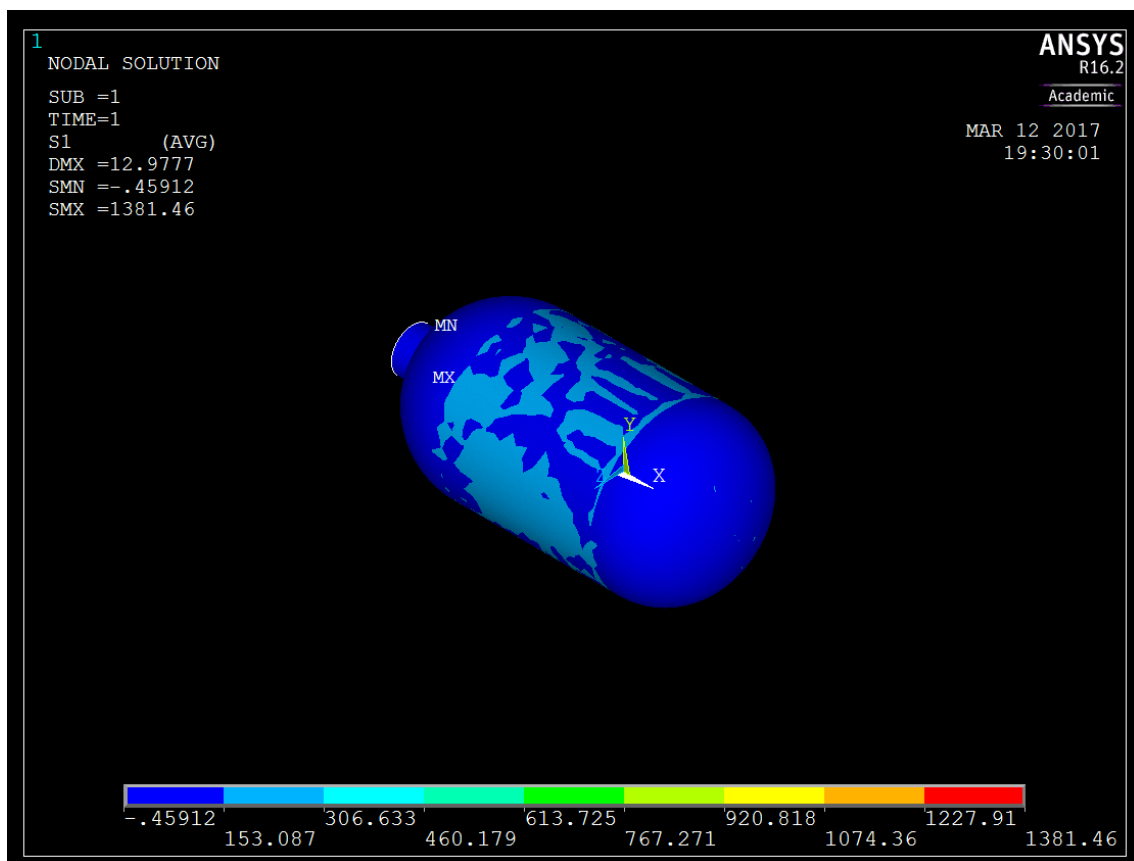


Figura C 11 - Representação da tensão σ_1 da garrafa Stako a 110 bar em Ansys Mechanical APDL

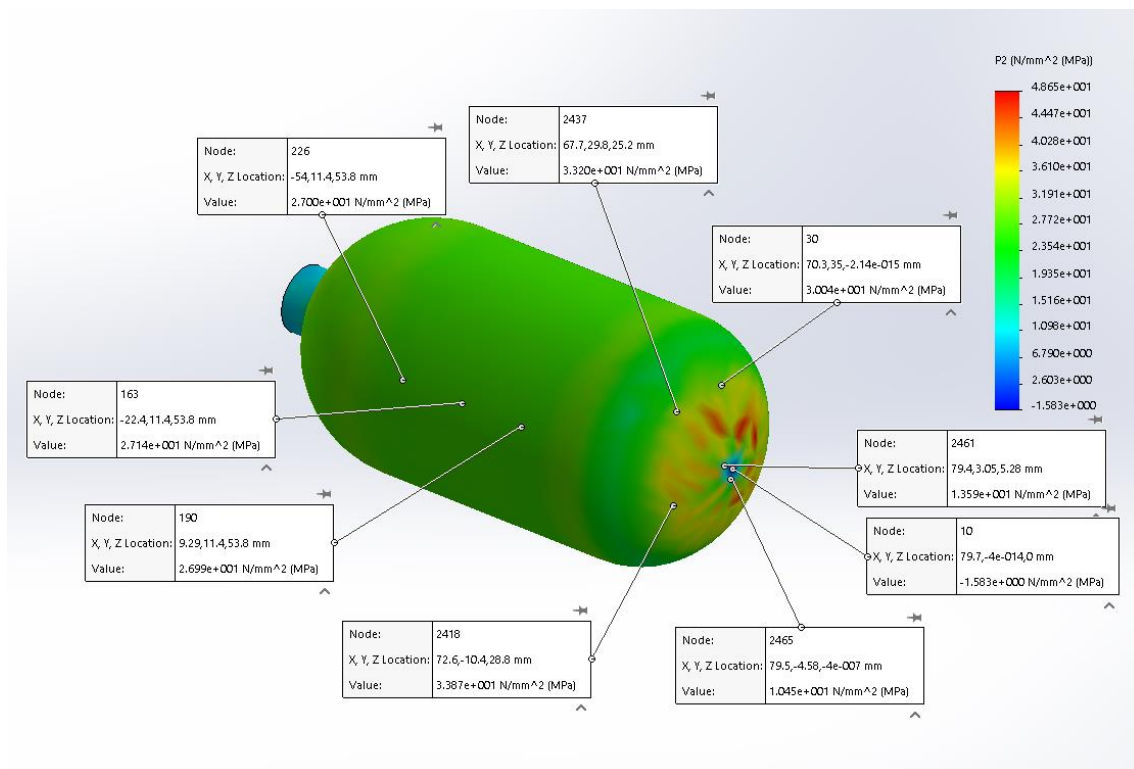


Figura C 12 - Representação da tensão σ_2 da garrafa Stako em 3 zonas distintas a 110 bar em SolidWorks

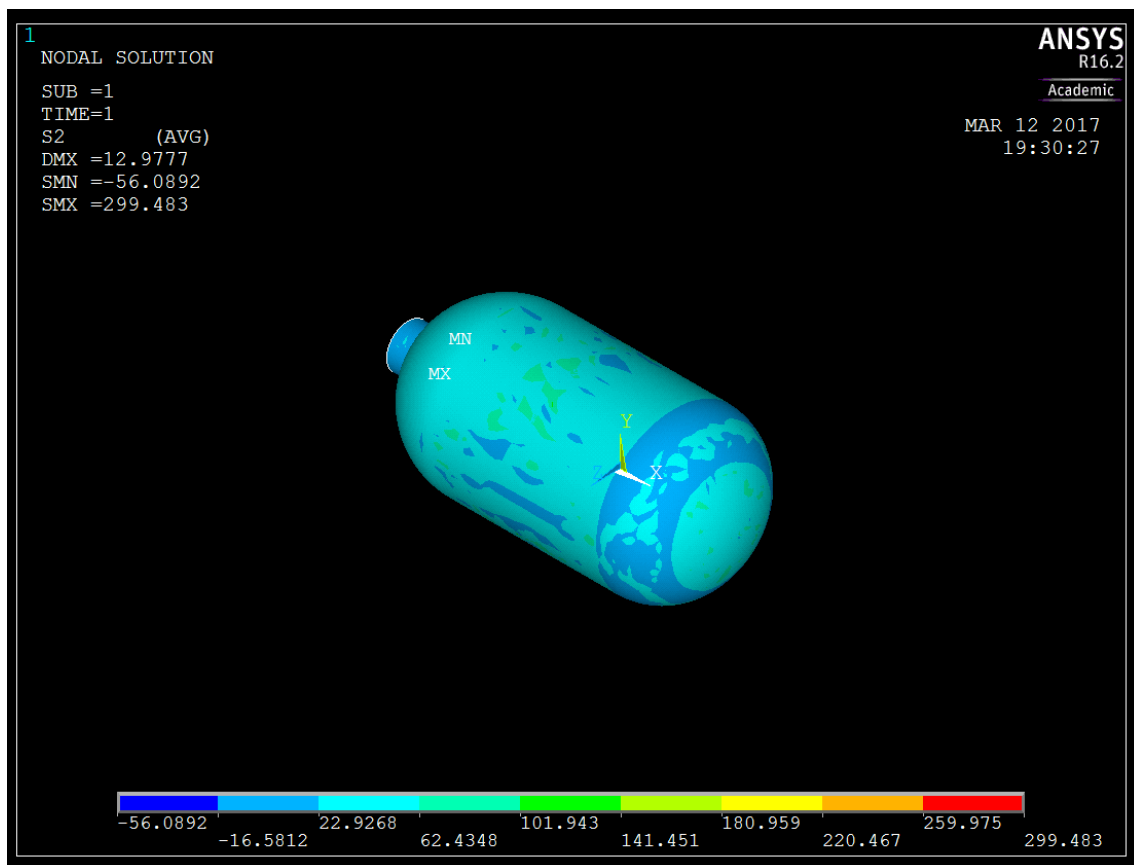


Figura C 13 - Representação da tensão σ_2 da garrafa Stako a 110 bar em Ansys Mechanical APDL

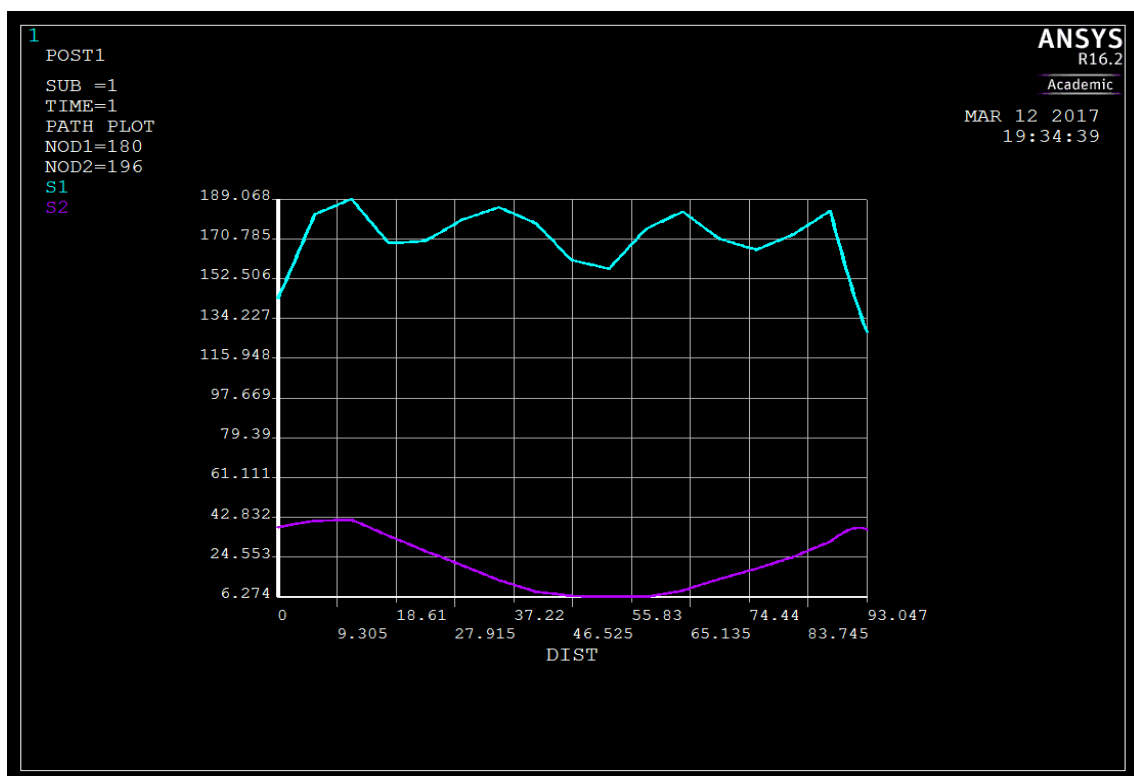


Figura C 14 -Representação de tensão σ_1 (a azul) e σ_2 (a roxo) na casca cilíndrica em Ansys Mechanical APDL

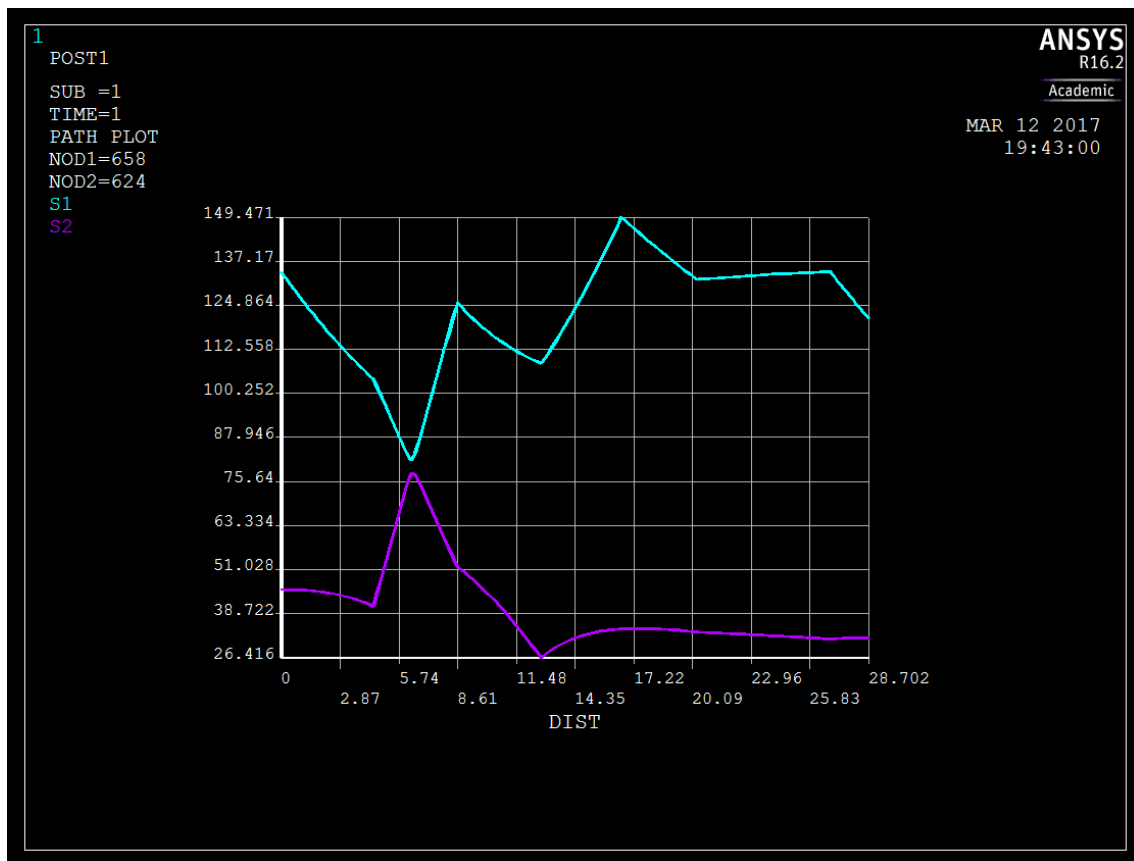


Figura C 15 -Representação de tensão σ_1 (a azul) e σ_2 (a roxo) na calote esférica em Ansys Mechanical APDL

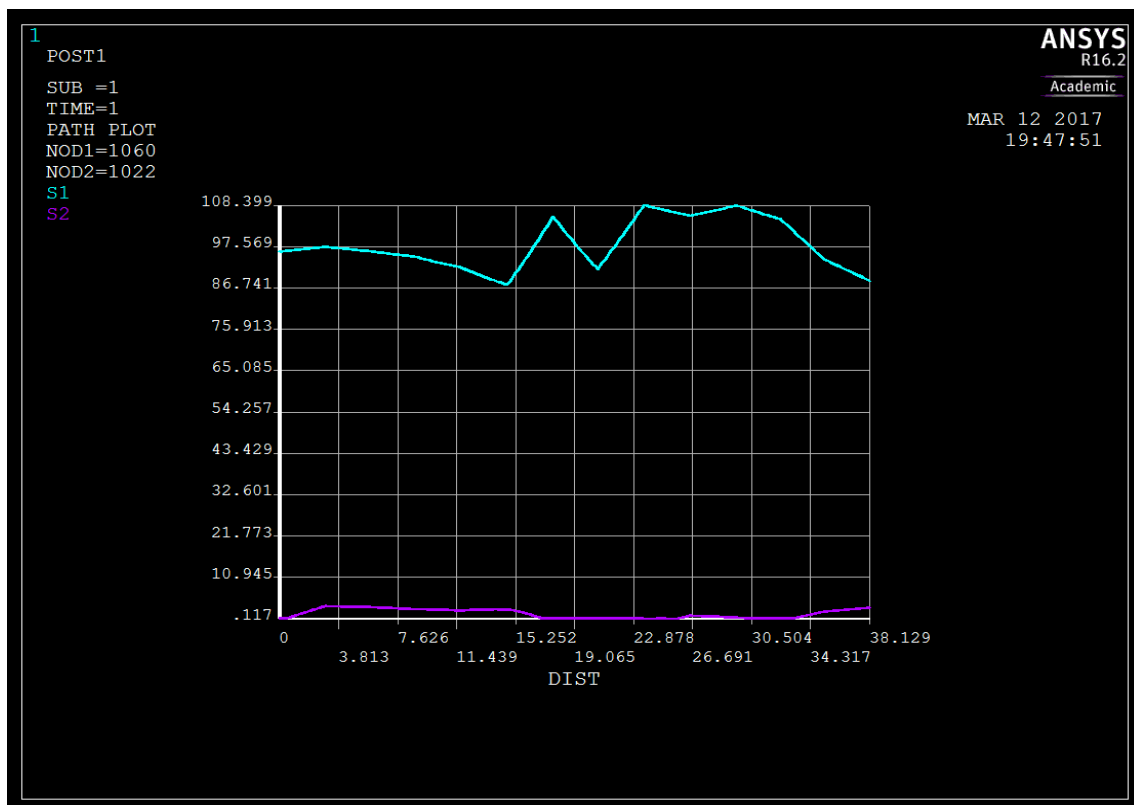


Figura C 16 -Representação de tensão σ_1 (a azul) e σ_2 (a roxo) na concordância toroidal em Ansys Mechanical APDL